

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ ГОРОДСКОГО  
ХОЗЯЙСТВА

**И.Г. Абраменко, А.И. Кузнецов**

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В  
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ  
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ**

Рекомендовано Министерством образования и науки Украины как  
учебное пособие для студентов электротехнических и электромехани-  
ческих специальностей высших учебных заведений

Харьков – ХНАГХ - 2008

УДК 621.311

**Компьютерные технологии в автоматизированных системах управления электроснабжения: Уч. пособие / И.Г. Абраменко, А.И. Кузнецов. Под общ. редакцией И.Г.Абраменко. – Харьков: ХНАГХ, 2008. – 143 с.**

Пособие посвящено рассмотрению вопросов использования в учебных курсах по электроэнергетике современных компьютерных технологий имитационного моделирования. Рассматриваются вопросы математического моделирования процессов и устройств, анализа и синтеза систем автоматического управления, расчета переходных процессов. Предназначено для студентов электроэнергетических специальностей.

Илл. 114. Табл.8. Библиогр. 19 назв.

**Рецензенты:**

В.И. Омеляненко, д-р техн. наук, профессор (Национальный технический университет «ХПИ»);

Л.А. Назаренко, д-р физ.-матем. наук, профессор (Харьковский государственный научно-исследовательский институт метрологии);

П.И. Савченко, д-р техн. наук, профессор (Харьковский государственный технический университет сельского хозяйства)

Рекомендовано Министерством образования и науки Украины,  
решение 1.4/18Г-1961 от 09.11.2007 г.

ISBN 966-695-079-0

© И.Г.Абраменко. А.И.Кузнецов, ХНАГХ, 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
Часть1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	8
1.1 Способы имитационного моделирования.....	8
1.2 Определение параметров моделирования.....	13
1.3 Выполнение и завершение моделирования.....	19
Часть 2. ТИПОВЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИ АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ САУ.....	20
2.1 Общие сведения.....	20
2.2 Виды воздействий на САУ.....	22
2.3 Режимы работы САУ.....	24
2.4 Расчет временных характеристик.....	25
2.4.1 Определение временных характеристик САУ средствами Control System Toolbox.....	26
2.4.2 Использование базовых функций системы MATLAB.....	26
2.4.3 Использование средств Simulink.....	32
2.5 Структурные преобразования линейных САУ.....	33
2.5.1 Средства MATLAB для преобразования структурных схем.....	35
2.6 Расчет частотных характеристик.....	38
2.7 Определение устойчивости САУ.....	43
2.8 Определение показателей качества.....	52
2.9 Выполнение синтеза САУ.....	67

Часть 3. ОПИСАНИЕ ФУНКЦИЙ CONTROL SYSTEM TOOLBOX, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ РАСЧЕТОВ.....	81
3.1. Разработка модели САУ скоростью вращения двигателя постоянного тока независимого возбуждения.....	82
3.2 Функции формирования структуры модели САУ.....	95
3.3 Функции для работы с частотными характеристиками.....	98
3.4 Функции расчета и построения временных характеристик.....	101
3.5 Функции определения полюсов и нулей передаточных функций.....	104
3.6 Функция визуализации характеристик САУ Itiview.....	106
3.7 Функция sisotool.....	109
Часть 4. ОПИСАНИЕ БЛОКОВ SIMULINK.....	113
4.1 Библиотека Continuous.....	113
4.2 Библиотека источников сигналов Sources.....	117
4.3 Библиотека фиксаторов сигналов Sinks.....	122
4.4 Библиотека фиксаторов сигналов Simulink Extras.....	127
4.5 Библиотека Math Operations.....	129
4.6 Библиотека Nonlinear Control Design Blockset.....	133
Список литературы.....	142

## ВВЕДЕНИЕ

Современные требования к организации учебного процесса в высшей школе, в частности, широкое использование возможностей компьютерных технологий, а также распространение идеи дистанционного образования (в особенности, для студентов заочной формы обучения) требуют существенной переработки методики преподавания основных курсов, которые читаются на электроэнергетических специальностях.

В настоящем пособии рассматриваются вопросы интенсификации процесса обучения и ориентации его на дистанционную форму в рамках курсов: "Теория автоматического управления"; "Применение ЭВМ в электроэнергетике"; "Компьютерные информационные технологии в энергетике", при подготовке инженеров по специальностям "Электротехнические системы электропотребления", "Электрические системы и сети", "Электросбережение". При этом за основу был взят учебный план по курсу "Теория автоматического управления".

Эффективность деятельности и степень конкурентоспособности студентов-выпускников в настоящее время в первую очередь определяется их практическим умением самостоятельно находить решения конкретных технических задач за минимально возможное время, а значит от степени усвоения ими современных компьютерных технологий. Высокий уровень сложности расчетных задач в электроснабжении обуславливает сложность соответствующих вычислительных алгоритмов и их реализаций на конкретных языках программирования. Поэтому на разработку и отладку конкретных программных кодов в этой предметной области требуется достаточно много времени и средств. Наиболее рациональным подходом в этом случае является использование существующих систем автоматизированного проектирования (САПР), в которые уже заложен некоторый набор готовых и апробированных алгоритмов. Такие системы появились достаточно давно. Среди САПР в электроэнергетике наибольшую популярность приобрели

пели **MathCAD** (MathSoft Inc.), **Mathematica** (Wolfram Research, Inc.), **MATLAB** (MathWorks Inc.), **Maple** (Waterloo Maple Inc.).

Современные версии всех этих пакетов позволяют осуществлять численное моделирование систем и процессов управления в них на достаточно высоком уровне с использованием широкого спектра средств визуального представления результатов. Однако наиболее приспособленной для решения конкретных инженерных задач в области электроэнергетики является система **MATLAB+Simulink** компании MathWorks Inc.

Первоначально ориентированная на исследовательские проекты, эта система в последние годы стала рабочим инструментом не только учёных, но также инженеров-разработчиков и студентов. **MATLAB** одновременно является и операционной средой и языком программирования. Для упрощения, прежде всего, технических решений в системе разработаны и продолжают развиваться:

- дополнительный по отношению к базовому предметно ориентированный набор функций **Toolboxes** - пакеты прикладных программ;

- Simulink** - система для имитационного моделирования проектов в разнообразных режимах, представленных в виде композиции функциональных блоков, источников сигналов, приёмников и измерительных средств;

- MATLAB Extantions** - набор программных средств, позволяющий упростить и ускорить реализацию разработок, выполненных с использованием **MATLAB** (компилятор, библиотека функций на языке С и С++ и др.);

- GUI** - графический интерфейс пользователя - средство, позволяющее в предметной области для наиболее часто встречающихся задач одного плана создать инструмент анализа, расчёта, проектирования, максимально приближенный к практическим потребностям инженера и требующий для освоения минимальных интеллектуальных и временных затрат.

Одной из важных причин, побудивших авторов к написанию пособия, явилось увеличение количества студентов заочной формы обучения, а также создание иногородних филиалов по электроэнергетическим специальностям. В условиях отсутствия необходимой литературы и ограниченных возможностей по консультациям с преподавателями, освоение компьютерных технологий, при прочих равных условиях стало затруднительной задачей для студентов-заочников. Поэтому в пособие включены выборки из необходимых справочных материалов и даны примеры практических методов работы с программным пакетом высшей категории сложности, что, по мнению авторов, будет способствовать повышению эффективности самостоятельной работы студентов.

Структура учебного пособия, содержание и методика изложения соответствуют программе курса " Теория автоматического управления ", разработанной на кафедре электроснабжения городов Харьковской национальной академии городского хозяйства (ХНАГХ). При написании книги использован опыт преподавания одноименного курса в течение ряда последних лет в ХНАГХ, поэтому новые разделы курса и их методика были в достаточной мере отработаны и проверены практикой.

Разделы 1.1-1.3 первой части, 2.1-2.9 второй части и 3.1-3.7 третьей части написаны И.Г. Абраменко, разделы 4.1, 4.6 – А.И. Кузнецовым. Общая редакция материалов проведена И.Г. Абраменко.

Изложенные в пособии технологии пригодны для использования в дипломном проектировании и при решении практических задач проектирования и эксплуатации систем электроснабжения

## Часть1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 1. 1 Способы имитационного моделирования

Моделирование систем автоматического управления (САУ) в системе **MATLAB** возможно двумя принципиально различными способами.

В первом случае моделирование производят путем ввода соответствующих команд в рабочую область самого пакета **MATLAB**. При этом используется тулбокс, который называется **Control System Toolbox**. Этот тулбокс представляет собой библиотеку алгоритмов, содержащихся в функциональных файлах и реализующих наиболее общие методы расчета и анализа САУ. Команды, вводимые в рабочую зону **MATLAB** выполняются последовательно - (имитация потока данных).

При использовании команд **Control System Toolbox** соответствующий алгоритм вычислений лучше всего представлять в виде текста программы так называемого **m**-файла. **MATLAB** допускает использование двух типов **m**-файлов: файлов-сценариев (**Script**-файлов) и файлов-функций. Более предпочтительным с точки зрения авторов является применение файлов-сценариев, который представляет собой последовательную запись серии команд без входных и выходных параметров. Он имеет структуру, приведенную на рис. 1.1.



Рис. 1.1 - Внутренняя структура файла-сценария

Текст программы набирается при помощи встроенного в **MATLAB** редактора и может быть вызван на выполнение как из командной строки, так и из другого **m**-файла путем ввода индивидуального имени файла.



Необходимым условием использования средств **Control System Toolbox** является наличие соответствующей математической модели объекта исследования, в качестве которой обычно используются системы линейных дифференциальных уравнений.

Во втором случае моделирование производят путем использования моделей типовых элементов пакета **Simulink**. При **Simulink**-моделировании числовые алгоритмы моделей составных элементов САУ в каждый момент времени будут выполняться параллельно (так называемая имитация временного потока).

**Simulink** позволяет представить исследуемую систему в виде соединенных между собой блоков (структурной схемы), а затем исследовать ее поведение в статике и динамике. Инженеру или студенту нужно освоить правила использования готовых функциональных блоков, из которых, как из конструктора, составляется модель проектируемого устройства, а также, и это следует особо подчеркнуть, “испытательный стенд”, то есть всю необходимую инфраструктуру, включающая источники сигналов, измерительные приборы и средства наблюдения за процессами и характеристиками процессов.

Ввод блоков происходит путем выбора из некоторого набора типовых блоков, входящих в специальную библиотеку. В эту библиотеку входят блоки, позволяющие моделировать разнообразные линейные, нелинейные, непрерывные и дискретные автоматические системы со многими переменными.

Процесс моделирования средствами **Simulink** состоит из нескольких этапов.

Первым из них является этап составления математической модели системы. Расчет любой САУ обычно начинается с составления ее функциональной схемы, под которой понимается условное графическое изображение, которое отображает функции, выполняемые отдельными элементами системы и связи между этими элементами. Затем производится описание физических процессов, происходящих в каждом из этих элементов.

Вторым этапом является компоновка модели, которая заключается в выборе из библиотек **Simulink** необходимых блоков, их размещение в специальном окне и соединение между собой. Чтобы осуществить это, нужно сначала запустить **Simulink**. Запуск можно произвести тремя способами (рис. 1.2).

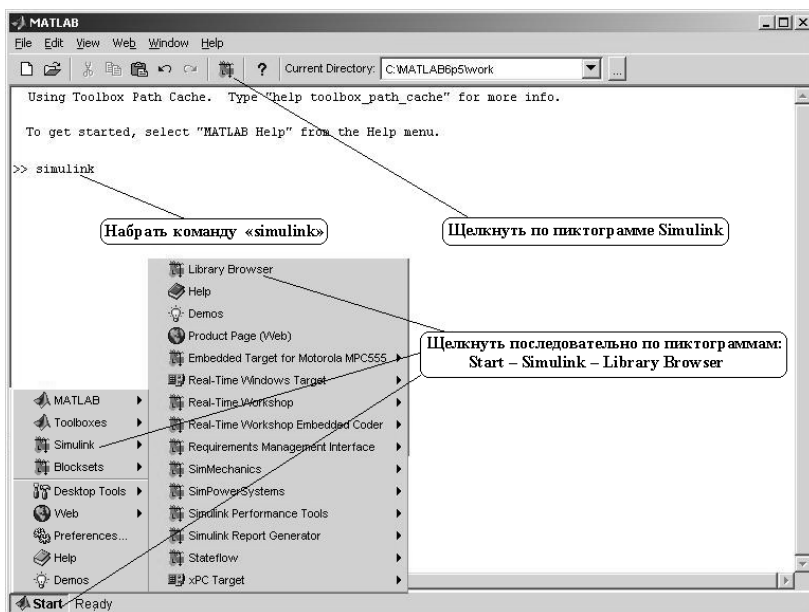




Рис. 1.2 - Командное окно **MATLAB** и запуск **Simulink**

Все они выполняются из командного окна **MATLAB**. В первом случае необходимо подвести курсор мыши к пиктограмме запуска программы , находящейся в верхней части окна, и щёлкнуть по ней левой клавишей мыши. Во втором - набрать в командном окне команду **Simulink**. В третьем – использовать меню: **Start – Simulink – Library Browser**.

Во всех случаях открывается окно **Simulink Library Browser** (система просмотра библиотек **Simulink**), изображённое на рис. 1.3.

В верхней части этого окна две крайние левые кнопки служат, соответственно, для создания новой и открытия существующей модели. После нажатия пиктограммы  на экране появится окно для построения новой модели (см. рис. 1.4).

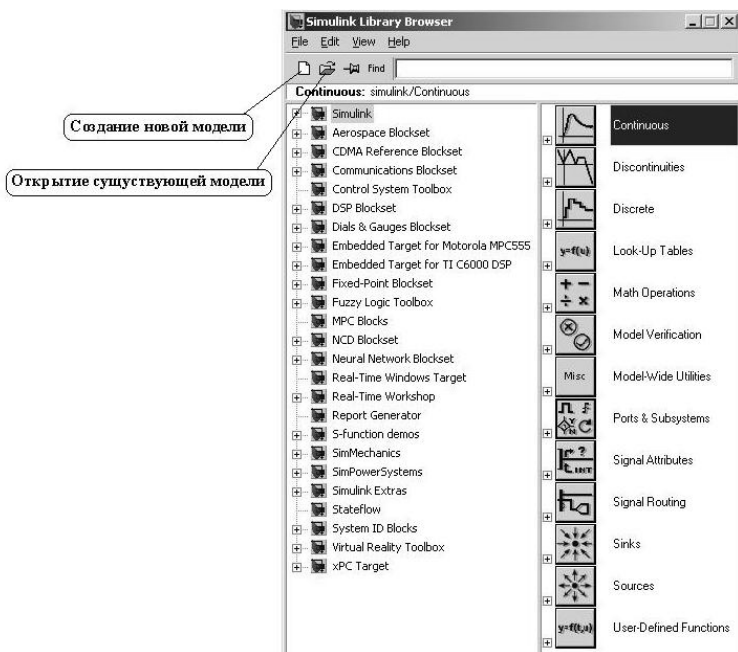


Рис. 1.3 - Каталоги библиотеки **Simulink Library Browser**

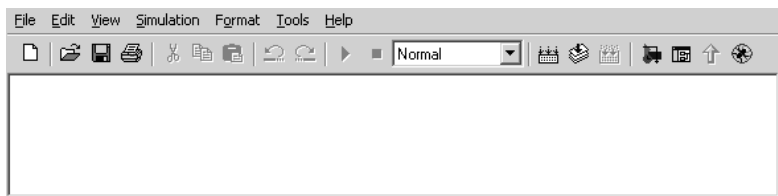


Рис. 1.4 - Окно новой модели

Процедура поиска и перемещения блоков из библиотек **Simulink** в окно модели во многом напоминает операции копирования и перемещения файлов в среде **Windows**. В частности, технология работы с **Simulink Library Browser** (рис. 1.3) аналогична работе с проводником **Windows**. Для перемещения курсор мыши устанавливается на нужный блок. Затем, нажав левую клавишу мыши, блок перемещает в окно модели. Отметим, что, кроме непосредственного просмотра

содержимого библиотек, любой блок может быть найден по имени (если оно известно), введённому в текстовое поле, расположенное в правой верхней части **Simulink Library Browser** (рис. 1.5).

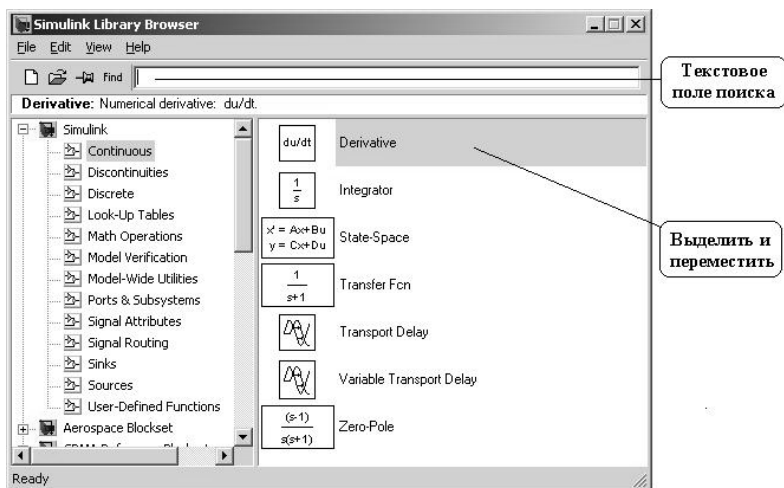


Рис. 1.5 - Выбор требуемого блока

Для объединения блоков в систему необходимо соединить их входные и выходные порты, которые на пиктограммах блоков отмечены значком “>”. В качестве примера на рис. 1.6 показаны порты блока **Gain** (пропорциональное звено). Для того, чтобы соединить два блока между собой, надо подвести курсор мыши к порту одного из соединяемых блоков (при этом курсор примет форму крестика), нажать левую клавишу мыши и, удерживая её в нажатом положении, переместить курсор к порту другого блока (курсор примет вид двойного крестика), после чего отпустить удерживаемую клавишу.

**Simulink** позволяет создавать копии (дубликаты) блоков из имеющихся в окне модели. Для создания копии блока надо установить курсор на требуемый блок в окне модели, нажать на клавиатуре клавишу “**Ctrl**” и затем левую клавишу мыши. В результате, слева от курсора появится знак “+”. Затем, удерживая клавиши в нажатом положении, переместить в нужное место курсор и отпустить нажатые клавиши.

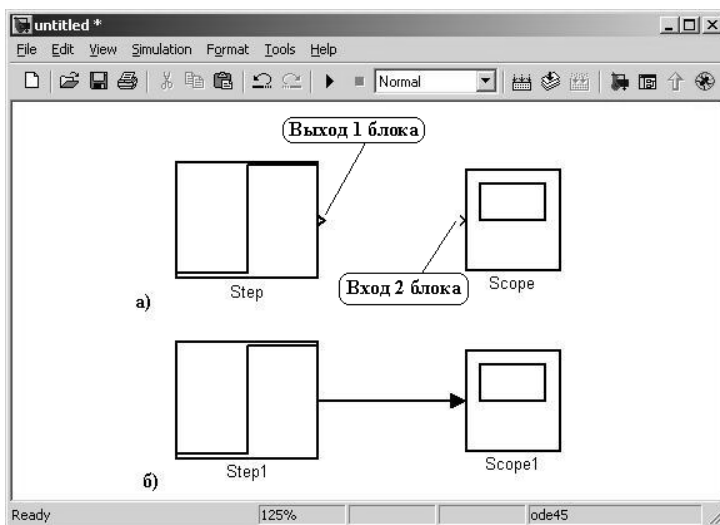


Рис. 1.6 - Соединение блоков

При построении модели может потребоваться не только соединять блоки между собой, но и делать ответвления от существующих соединительных линий. Проведение линии, соединяющей входной порт какого-либо блока с существующей линией, выполняется также при нажатой клавише **“Ctrl”**. Разница лишь в том, что в этом случае курсор мыши устанавливается на линию, от которой проводится ответвление, и перемещается к входному порту соединяемого блока, или без нажатой клавиши **“Ctrl”** (от входного порта к линии).

## 1.2. Определение параметров моделирования

Имитационное моделирование режимов работы любой САУ будет выполняться правильно только в случае предварительного задания некоторых общих параметров среды **Simulink**. Доступ к этим параметрам можно получить из меню **Simulation - Simulation Parameters** окна модели. Такое окно представлено на рис. 1.7.

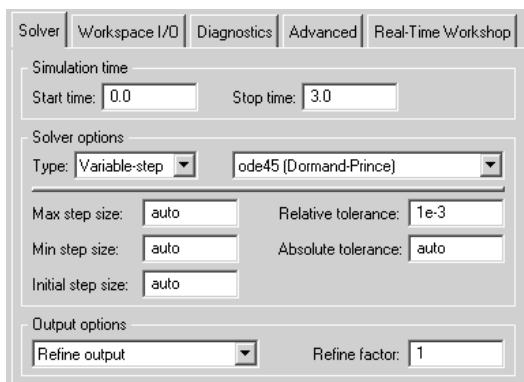


Рис. 1.7 - Окно настройки параметров моделирования

Это окно имеет 5 разделов:

**Solver** - установка параметров решения уравнений САУ.

**Workspace I/O** - установка параметров обмена данными с рабочей областью **MATLAB**.

**Diagnostics** - выбор параметров режима диагностики.

**Advanced** - установка дополнительных параметров.

**Real-Time Workshop** - параметры инструмента "Мастерская реального времени".

Раздел **Solver** содержит 3 подраздела параметров.

Первый подраздел называется **Simulation time** и служит для задания временного диапазона моделирования. Для этого нужно заполнить поля **Start time** (время старта) и **Stop time** (время окончания).

Второй подраздел (**Solver options**) служит для задания параметров решения дифференциальных уравнений. Для этого в правом окне **Type** требуется выбрать численный метод решения а в левом окне – способ изменения шага интегрирования.

Способ изменения шага может быть строго фиксированным (**Fixed-step**) либо переменным (**Variable-step**).

Для режима **Variable-step Simulink** предоставляет пользователю на выбор, в зависимости от особенностей конкретных уравнений, следующие численные методы:

**ode45** - одношаговые явные методы Рунге - Кутта 4-го и 5-го порядка;

**ode23** - одношаговые явные методы Рунге - Кутта 2-го и 3-го порядка;

**ode113** - многошаговый метод Адамса - Башфорта - Моултона переменного порядка;

**ode15s** - многошаговый метод переменного порядка (от 1 до 5), использующий формулы численного дифференцирования;

**ode23s** - одношаговый метод, использующий модифицированную формулу Розенброка 2-го порядка;

**ode23t** - метод трапеций с интерполяцией;

**ode23tb** - неявный метод Рунге - Кутты в начале решения и метод, использующий формулы обратного дифференцирования 2-го порядка в последующем.

Для режима **Fixed-step** доступны методы Рунге - Кутты 1-го и 5-го порядка: **ode1**, **ode2**, **ode3**, **ode4**, **ode5**.

В режиме **Fixed-step** (см. рис.1.8) в окне **Fixed-step size** нужно задать значение фиксированного шага интегрирования, а в окне **Mode** задать режим расчета:

- многозадачный (**Multi Tasking**) - если требуется строгая синхронизация работы нескольких подсистем и результат работы всей модели зависит от временных параметров этих подсистем;

- однозадачный (**Single Tasking**) – если синхронизация не требуется;

- автоматический выбор режима (**Auto**).

The image shows a software dialog box titled 'Solver options'. It is divided into three sections. The top section, 'Simulation time', contains two input fields: 'Start time' with the value '0.0' and 'Stop time' with the value '3.0'. The middle section, 'Solver options', contains a 'Type' dropdown menu set to 'Fixed-step', a solver selection dropdown menu set to 'ode4 (Runge-Kutta)', a 'Fixed step size' input field set to 'auto', and a 'Mode' dropdown menu set to 'Auto'. The bottom section, 'Output options', contains a 'Refine output' dropdown menu and a 'Refine factor' input field set to '1'.

Рис. 1.8 - Окно раздела **Solver** в режиме **Fixed-step**

В режиме **Variable-step** (рис. 1.9) становятся доступными следующие окна.

**Max step size** – задание максимально возможной величины шага интегрирования. Если здесь стоит **auto**, то весь диапазон моделирования разбивается на 50 интервалов, чего в большинстве случаев

недостаточно (результатирующая кривая носит ярко выраженный ломаный характер). В этом случае величину максимального шага интегрирования необходимо задавать явным образом.

**Min step size** – задание минимально возможной величины шага интегрирования.

**Initial step size** – задание начального значения шага интегрирования.

Кроме этого можно изменять погрешность производимых вычислений: относительную (**Relative tolerance**) и абсолютную (**Absolute tolerance**).



Рис. 1.9 - Окно раздела **Solver** в режиме **Variable-step**

Третий подраздел служит для настройки параметров вывода выходных сигналов.

Здесь в выпадающем списке можно выбрать один из трех вариантов.

Опция **Refine output** (скорректированный вывод) позволяет изменять шаг фиксации модельного времени и тех сигналов, которые сохраняются в рабочей области **MATLAB** с помощью блока **To Workspace**. Установка шага дискретности выполняется в окне **Refine factor**. По умолчанию шаг равняется 1, т.е. фиксируются срезы сигналов для каждого значения модельного времени.

Опция **Produce additional output** (дополнительный вывод) обеспечивает дополнительную регистрацию параметров модели в заданные моменты времени.

Опция **Produce specified output only** (формировать только заданный вывод) устанавливает вывод параметров модели только в за-



данные моменты времени, которые указываются в поле **Output times** в виде вектора.

Раздел **Workspace I/O** имеет вид, представленный на рис. 1.10.

The screenshot shows the 'Workspace I/O' dialog box. It is organized into three distinct sections. The top-left section, 'Load from workspace', contains two options: 'Input' (unchecked) with a text field containing '[t, u]', and 'Initial state' (unchecked) with a text field containing 'xInitial'. The top-right section, 'Save to workspace', contains four options: 'Time' (checked) with a text field containing 'tout', 'States' (unchecked) with a text field containing 'xout', 'Output' (checked) with a text field containing 'yout', and 'Final state' (unchecked) with a text field containing 'xFinal'. The bottom section, 'Save options', contains three settings: 'Limit data points to last' (checked) with a text field containing '1000', 'Decimation' with a text field containing '1', and 'Format' with a dropdown menu currently set to 'Array'.

Рис. 1.10 - Окно раздела **Workspace I/O**

Элементы вкладки разделены на три области.

Область **Load from workspace** служит для организации загрузки из рабочей области. Если флажок **Input** установлен, то в расположенное справа текстовое поле можно ввести формат данных, которые будут считываться из рабочей области **MATLAB**. Установка флажка **Initial State** позволяет ввести в связанное с ним текстовое поле имя переменной, содержащей параметры начального состояния модели. Отметим, что данные из рабочей области могут быть введены в модель Simulink посредством одного или более блоков **In**.

Область **Save to workspace** позволяет установить режим вывода значений сигналов в рабочую область **MATLAB** и задать их имена.

Область **Save options** служит для задания параметров сохранения данных. Флажок **Limit data points to last** позволяет задавать количество сохраняемых точек. Если флажок не установлен, то сохраняются все данные. Параметр **Decimation** задает шаг записи переменных в рабочую область. Параметр **Format** задает формат данных.

Раздел **Diagnostics** имеет вид, представленный на рис. 1.11.

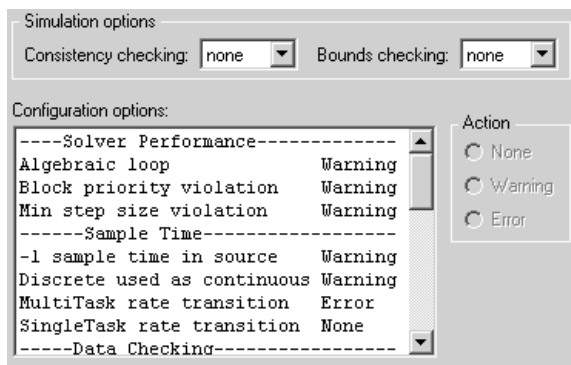


Рис. 1.11 - Окно раздела **Diagnostics**

Вкладка **Diagnostics** позволяет изменять перечень диагностических сообщений, выводимых **Simulink** в командном окне **MATLAB**, а также устанавливать дополнительные параметры диагностики модели.

Сообщения об ошибках или проблемных ситуациях, обнаруженных **Simulink** в ходе моделирования и требующих вмешательства разработчика, выводятся в командном окне **MATLAB**. Исходный перечень таких ситуаций приведен в списке **Configuration options** (опции конфигурации). Разработчик может указать вид реакции на каждую ситуацию, используя группу переключателей в поле **Action** (действии). С помощью переключателей можно выбрать один из вариантов реакции:



- **None** – игнорировать;
- **Warning** - выдать предупреждение и продолжить моделирование;
- **Error** - выдать сообщение об ошибке и остановить процесс моделирования.

Выбранный вид реакции отображается в списке рядом с наименованием события.

В панели **Simulation options** (опции моделирования) можно задать виды проверки работы S-функций: **Consistency Checking** (проверка совместимости) и **Bounds Checking** (проверка границ). Выбор опции **Consistency Checking** дает возможность **Simulink** контролировать правильность работы пользовательской S-функции для выбранного решателя.

С помощью опции **Bounds Checking** проверяется возможный выход за границы массивов при вычислении S-функцией вектора переменных состояния и их производных. Установка данных опций имеет смысл на этапе отладки модели, поскольку время расчета в этом случае значительно увеличивается.

### 1.3. Выполнение и завершение моделирования

Запуск моделирования выполняется с помощью выбора пункта меню **Simulation/Start** или кнопки  на панели инструментов. Процесс моделирования можно завершить досрочно, выбрав пункт меню **Simulation/Stop** или кнопку . Моделирование также можно остановить (**Simulation/Pause**) и затем продолжить (**Simulation/Continue**).

Для завершения работы необходимо сохранить модель в файле, закрыть окно модели, окно обозревателя библиотеки блоков, а также командное окно системы **MATLAB**.

## Часть 2. ТИПОВЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИ АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ САУ

### 2.1. Общие сведения

Торетические основы расчетов САУ излагаются в курсе "Теория автоматического управления" (ТАУ).

Задачами этой дисциплины является:

- изучение функций, которые выполняют в САУ отдельные устройства и элементы;
- выявление общих закономерностей функционирования САУ в целом;
- разработка на основе этих закономерностей методов анализа существующих и синтеза новых САУ.

Наиболее общими, лежащим в основе всей терминологии ТАУ, понятиями являются следующие обозначения: алгоритм, алгоритм функционирования, объект управления, алгоритм управления, управление, автоматическое управляющее устройство, система автоматического управления.

*Алгоритмом* называют совокупность предписаний, устанавливающих конечную последовательность точно определенных действий, выполнение которых приводит к конечному результату. В ТАУ термин "алгоритм" используют, чаще всего, в сочетании со словами "функционирование" и "управление".

*Алгоритм функционирования* – это совокупность предписаний, ведущих к правильному выполнению технического процесса в каком-либо устройстве или в совокупности устройств (системе). Например, алгоритм функционирования генератора переменного тока, предназначенного для преобразования тепловой энергии в электрическую, часто формулируется в виде: обеспечение постоянства параметров выходного напряжения  $U$  и его частоты  $f$ , т.е.  $U = const$  и  $f = const$ .

В ТАУ алгоритм функционирования считается заданным.

*Объект управления* (ОУ) – это устройство (или совокупность устройств), осуществляющее технический процесс и нуждающееся в специально организованных воздействиях извне для выполнения своего алгоритма функционирования.

Дело в том, что на всякое техническое устройство всегда влияет внешняя среда, причем это влияние, как правило, носит возмущающий характер, т.е. среда мешает правильному выполнению технического процесса. В результате этого отклонения от алгоритма функционирования часто превышают допустимые пределы.

*Алгоритм управления* – это совокупность предписаний, определяющих характер воздействий на ОУ с целью обеспечения его алгоритма функционирования.

*Управление* - процесс выполнения воздействий на ОУ в соответствии с алгоритмом управления.

*Автоматическое управляющее устройство (АУУ) или регулятор* – это устройство, осуществляющее без участия человека процесс управления.

*Система автоматического управления (САУ)* – совокупность ОУ и АУУ, взаимодействующих между собой с целью обеспечения заданного алгоритма функционирования ОУ. САУ можно представить в виде, приведенном на рис. 2.1.

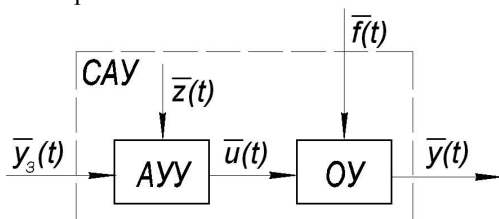


Рис. 2.1 - Обобщенная функциональная схема САУ

Рассмотрим величины, присутствующие в этой схеме.

Величины  $\bar{y}(t)$  на выходе ОУ характеризуют его состояние и, следовательно, в процессе управления должны целенаправленно изменяться либо поддерживаться постоянными. Поэтому они называются управляемыми величинами или управляемыми переменными. Этими величинами могут служить как определенные физические параметры, которые непосредственно измеряются (скорость вращения, угол поворота, электрическое напряжение и т.д.), так и величины, вычисляемые по нескольким измеряемым параметрам (к.п.д, мощность).

Управляемые величины зависят от входных воздействий  $\bar{x}(t)$ . Последние разделяются на две принципиально различные группы: управляющие  $\bar{u}(t)$  и возмущающие  $\bar{f}(t)$  воздействия.

Управляющие воздействия вырабатываются в АУУ в соответствии с алгоритмом управления на основе информации о требуемых значениях управляемых величин  $\bar{y}_3(t)$  и информации о состоянии ОУ -  $\bar{z}(t)$ , обеспечивая желаемое функционирование ОУ.

Возмущающие воздействия  $\bar{f}(t)$ , наоборот, мешают нормальному функционированию ОУ и изменить их, как правило, невозможно.

Величины  $\bar{y}_3(t)$  называются задающими воздействиями.

Таким образом САУ представляет собой динамическую систему направленного действия, обеспечивающую определенную функциональную связь между задающими воздействиями и управляемыми величинами при наличии определенных возмущающих воздействий, т.е.

$$y(t) = A[\bar{y}_3(t), \bar{f}(t)],$$

где  $A$  – оператор преобразования, представляющих собой совокупность математических операций, которые необходимо выполнить, чтобы получить  $\bar{y}(t)$ .

## 2.2. Виды воздействий на САУ

САУ в ходе своего функционирования испытывают воздействия двух видов: внутренние и внешние.

*Внутренние воздействия* возникают в результате взаимодействия элементов САУ между собой. Типичным примером такого воздействия является действие АУУ на ОУ.

*Внешние воздействия* возникают вне САУ и могут передаваться в систему как через ОУ, так и через любой другой элемент системы. Этими воздействиями являются задающее и возмущающие воздействия.

Очевидно, что в зависимости от величины и характера внешних воздействий поведение САУ будет различным. В то же время эти воздействия чаще всего реально представляют собой случайные функции времени. Поэтому исследование функционирования конкретных САУ производят при нескольких различных, четко определенных воздействиях, называемых типовыми. Эти воздействия описываются простыми математическими выражениями и легко воспроизводятся при испытании систем. В результате такого подхода стало возможным унифицировать расчеты различных систем, а также проводить сравнение их свойств.

Рассмотрим эти воздействия.

*Ступенчатое воздействие* – воздействие, которое мгновенно возрастает от нуля до некоторого значения и далее остается постоянным (см. рис. 2.2,а.).

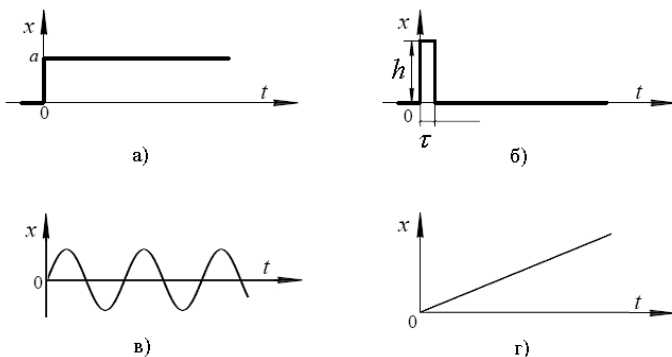


Рис. 2.2 - Виды типовых воздействий САУ

Аналитически ступенчатое воздействие записывается в виде:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ a & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

При этом наиболее удобно использовать воздействие, у которого  $a = 1$ . Его называют *единичным ступенчатым воздействием* и обозначают  $1(t)$ . Математическое выражение  $1(t)$  имеет вид:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Заметим, что любое неединичное ступенчатое воздействие можно представить выражением  $a \cdot 1(t)$ . Если ступенчатое воздействие возникает в момент времени  $t = t_1$ , то используют обозначение вида  $1(t - t_1)$ .

*Импульсное воздействие* – воздействие, представляющее собой одиночный импульс прямоугольной формы, имеющий достаточно большую высоту  $h$  (см. рис. 2.2,б) и существенно меньшую по сравнению с инерционностью системы длительность  $\tau$ .

Наиболее часто используют единичное импульсное воздействие  $\delta(t)$ , которое описывается так называемой дельта-функцией:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0; \\ 0 & \text{при } t \neq 0, \end{cases} \quad \text{причем} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Поэтому  $\delta(t)$  можно рассматривать как импульс, имеющий бесконечно большую высоту и бесконечно малую длительность, площадь которого равна 1.

Дельта-функцию можно определить также как производную от  $1(t)$ , т.е.

$$\delta(t) = 1'(t) .$$

Основное свойство  $\delta(t)$  выражается соотношением:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t) \delta(t - t_1) dt = y(t_1) ,$$

которое означает, что неединичная импульсная функция  $y(t) \delta(t - t_1)$ , полученная как произведение произвольной функции  $y(t)$  на дельта-функцию, существует только в момент  $t = t_1$  и что площадь ее равна значению функции  $y(t)$  в точке  $t_1$ .

*Гармоническое воздействие* – воздействие, описываемое функцией

$$f(t) = 1(t) \cdot A_m \sin(\omega t) ,$$

где:  $A_m$  - амплитуда, а  $\omega$  частота изменения (см. рис. 2.2,в).

*Линейное воздействие* – воздействие, описываемое функцией

$$f(t) = 1(t) \cdot \alpha t .$$

Здесь коэффициент  $\alpha$  характеризует скорость нарастания воздействия  $f(t)$  (см. рис. 2.2,г).

### 2.3. Режимы работы САУ

Любая САУ в процессе работы может находиться в различных состояниях в зависимости от свойств самой системы и от характера внешних воздействий. Характеризовать эти состояния можно по изменению управляемой величины во времени. При этом возможны два качественно отличных друг от друга состояния САУ: *статический* и *динамический режимы*.

*Статическим режимом* называют состояние системы, при котором управляемая величина  $y(t)$  не изменяется во времени, т.е.  $y(t) = const$ .



Этот режим может иметь место лишь тогда, когда все входные воздействия постоянны во времени, а система находится в равновесном состоянии.

*Динамическим режимом* называют состояние системы, при котором величина  $y(t)$  непрерывно изменяется во времени, т.е.  $y(t) = \text{vari}$ .

Динамические режимы имеют место, когда в системе после нанесения внешних воздействий происходят процессы установления нового состояния, т.е. осуществляется управление. Они в свою очередь подразделяются на неустановившиеся и установившиеся.

*Неустановившиеся динамические режимы* имеют место сразу после изменения внешних воздействий. Процессы, происходящие при этом в системе, называются *переходными процессами*.

*Установившиеся динамические режимы* работы САУ наступают после окончания переходных процессов и характеризуются тем, что управляемая величина системы начинает изменяться во времени по такому же закону, как и задающее воздействие.

## 2.4. Расчет временных характеристик

В общем случае свойства САУ или ее элементов описываются линейным неоднородным дифференциальным уравнением вида:

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + \dots + b_m x(t), \quad (2.1)$$

где  $x(t)$  и  $y(t)$  - соответственно, входная и выходная величины;  $a_i$ ,  $b_j$  - постоянные коэффициенты;  $n$  - порядок уравнения.

Дифференциальное уравнение является самой общей формой описания САУ и не дает наглядного представления о ее свойствах. Поэтому на практике при описании систем управления используют функции  $y(t)$ , являющиеся решениями соответствующего дифференциального уравнения.

Известно, что одно и то же дифференциальное уравнение имеет множество решений, конкретный вид которых зависит от начальных условий и от характера функции  $x(t)$ . Поэтому в ТАУ свойства систем и их элементов принято характеризовать решениями, соответствующими нулевым начальным условиям и одному из типовых воздействий на входе.

Достаточно наглядное представление о динамических свойствах дает переходная функция  $h(t)$ . Переходной функцией называют функцию, описывающую изменение выходной величины, возникающее после подачи на вход единичного ступенчатого воздействия  $1(t)$  при нулевых начальных условиях. График переходной функции называется переходной характеристикой.

Альтернативной временной характеристикой является импульсная переходная функция  $w(t)$ . Под этой функцией подразумевают функцию, описывающую изменение выходной величины, возникающее после подачи на вход дельта-функции при нулевых начальных условиях. График  $w(t)$  называют импульсной переходной характеристикой.

Кроме этого, исследователя часто интересует реакция системы на входной сигнал некоторой произвольной формы и определенных начальных условиях.

Все перечисленные задачи представляют собой задачу Коши (задачу с начальными условиями).

Рассмотрим варианты использования средств MATLAB для определения временных характеристик.

#### **2.4.1. Определение временных характеристик САУ средствами Control System Toolbox**

В этом случае все задачи решаются самым простым способом, путем использования соответствующих функций **step**, **impulse** и **lsim**.

Однако эти функции не могут быть применены непосредственно к дифференциальным уравнениям. Кроме того они не предоставляют возможности выбора метода численного решения и величины точности расчета, а следовательно, не имеют средств учета особенностей конкретного дифференциального уравнения. Поэтому в ряде случаев, в частности при решении т.н. жестких дифференциальных уравнений, более предпочтительным является использование базовых функций системы **MATLAB**.

#### **2.4.2. Использование базовых функций системы MATLAB**

В системе **MATLAB** имеется возможность выбора одного из 7 методов численного интегрирования с заданием начальных условий, информация о которых приведена в таблице.

Таблица 1.1 - Возможные методы численного интегрирования

Метод		Тип реше ния	Порядок точности	Область применения
Обо- значе- ние	Название			
<b>ode45</b>	Рунге - Кутта 4-го и 5-го по- рядков	Глад кое	Средний	Наиболее употребимый (разные порядки точно- сти используются для контроля шага интегри- рования)
<b>ode23</b>	Рунге - Кутта 2-го и 3-го по- рядков		Низкий	При низких требованиях к точности или для реше- ния умеренно жест- ких задач
<b>ode113</b>	Адамса - Баш- форта - Моул- тона		Перемен- ный: от низкого до высо- кого	При высоких требова- ниях к точности и для решения задач со слож- ными правыми частями
<b>ode15s</b>	численного дифференци- рования	Же- сткое	Перемен- ный: от низкого до сред- него	Если алгоритм ode45 сходится медленно
<b>ode23s</b>	Розенброка 2- го порядка		Низкий	При низких требованиях к точности
<b>ode23t</b>	метод трапеций с интерполяци- ей		Умерен- ный	Для решения умеренно жестких задач
<b>ode23tb</b>	неявный метод Рунге - Кутта		Низкий	При низких требованиях к точности

Для использования любого из приведенных методов исходное дифференциальное уравнение  $n$  - го порядка необходимо преобразовать в систему  $n$  нормальных уравнений 1-го порядка.

Введем обозначения:

$$y_1(t) = y(t); y_2(t) = y'_1(t) = y'(t); \dots; y_n(t) = y'_{n-1}(t) = y^{(n-1)}(t).$$

Тогда уравнение (2.1) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} y_1''(t) &= y_2(t); \\ y_2''(t) &= y_3(t); \\ &\text{L L L L} \\ y_n''(t) &= y_n(t); \\ y_1''(t) &= \frac{b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + K + b_m x(t) - a_1 y_n(t) - K - a_n y_1(t)}{a_0} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Синтаксис функции интегрирования системы (1.2) имеет вид:

**[ t , y ] = метод интегрирования ('имя m-файла', [ t<sub>0</sub> t<sub>к</sub> ], [ y<sub>0</sub> ]).**

Здесь: 'имя m-файла' - имя файла-функции вычисления правых частей уравнений системы (2.2); t<sub>0</sub> и t<sub>к</sub> - начало и окончание процесса интегрирования; [ y<sub>0</sub> ] - начальные условия; **t** - вектор линейно возрастающих дискретных значений времени [ t<sub>0</sub>, t<sub>1,к</sub>, t<sub>к</sub> ]; **y** - вектор значений решения, соответствующих вектору **t**.

Таким образом перед использованием функции (1.3) необходимо предварительно оформить в виде собственной функции правую часть системы уравнений. Для этого необходимо создать отдельный m-файл функции со следующим синтаксисом:

**function F = имя m-файла (t,y)**

$$\mathbf{F} = \begin{matrix} \text{й} \\ \text{к} \\ \text{л} \end{matrix} y_2'(t); y_3(t); \text{L} ; \frac{b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + K + b_m x(t) - a_1 y_n(t) - K - a_n y_1(t)}{a_0} \begin{matrix} \text{п} \\ \text{б} \end{matrix}$$

Для примера произведем определение характеристик  $h(t)$  и  $w(t)$ , а также реакции на гармонический сигнал САУ, уравнение которой имеет вид:

$$0,0079 y_1'''(t) + 0,054 y_2''(t) + 0,3431 y_3'(t) + y(t) = 2801,74 x(t). \quad (2.3)$$

Обозначим:  $y_1(t) = y(t)$ ;  $y_2(t) = y_1'(t) = y'(t)$ ;

$y_3(t) = y_2'(t) = y''(t)$  и преобразуем исходное уравнение к системе стандартного вида:

$$\begin{aligned} y_1''(t) &= y_2(t); \\ y_2''(t) &= y_3(t); \\ y_3''(t) &= \frac{2801,74x(t) - 0,054y_3(t) - 0,3431y_2(t) - y_1(t)}{0,0079} \end{aligned}$$

Далее создадим **m**-файл функцию следующего вида:

```
function F=DU_3por(t,y)  
a0=0.0079; a1=0.054; a2=0.3431; a3=1;  
b0=2801.74;  
F=[y(2);y(3);(b0*1-a1*y(3)-a2*y(2)-a3*y(1))/a0];
```

Сохраним эту функцию под именем **DU\_3por** в каталоге **work** установленного дистрибутива **MATLAB**.

Создадим и сохраним под любым именем в том же каталоге **m**-файл сценария вида:

```
[t,y]=ode45('DU_3por',[0,4],[0,0,0]);  
plot(t,y(:,1),'k')  
grid on  
hold on  
gtext('h(t)')
```

Здесь: **plot(t,y(:,1),'k')** - функция построения графиков функции **y(:,1)** от аргумента **t** в декартовой системе координат; **grid on** - функция вывода на график масштабной сетки; **hold on** – функция продолжения вывода графических объектов в уже открытое графическое окно; **gtext('h(t)')** – функция вывода на график текста в виде строковой константы, которая сначала выводит на экран маркер в виде большого перекрестия, а затем, после установки в нужное место, самого текста.

После вызова на выполнение последнего файла, на монитор будет выведена графическая зависимость  $h = f(t)$ , которая приведена на рис. 2.3.

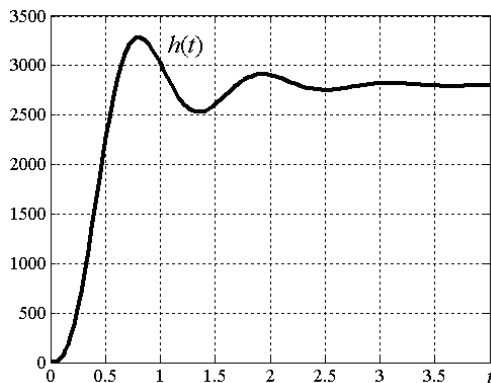


Рис. 2.3 - Переходная характеристика

Для получения характеристики  $w(t)$ , учитывая сложность практического получения импульса бесконечно большой амплитуды и бесконечно малой длительности площадью  $S = 1$ , воспользуемся известным соотношением  $w(t) = h\ddot{x}(t)$ . Содержание соответствующего файла-сценария имеет вид:

```
[t,y] = ode45('DU_3por',[0,4],[0,0,0]);
w=diff(y(:,1))./diff(t);
i=[1:1:length(w)];
t1(i)=(t(i+1)+t(i))/2
plot(t1,w,'r')
grid on
hold on
gtext('w(t)')
```

Здесь: **diff(имя вектора)** – функция определения конечных разностей смежных элементов этого вектора; **length(имя вектора)** – функция определения количества элементов вектора.

После вызова на выполнение последнего файла, на монитор будет выведена графическая зависимость  $w = \ddot{f}(t)$ , которая приведена на рис. 2.4.

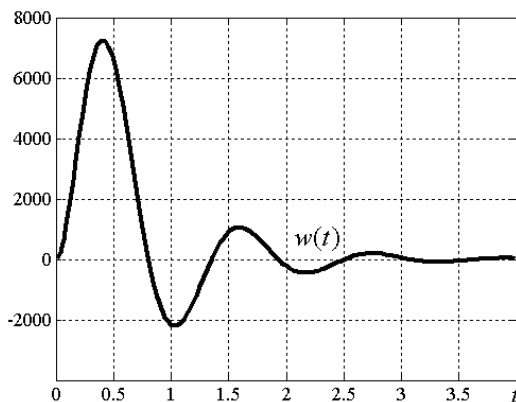


Рис. 2.4 - Импульсная переходная характеристика

Для определения реакции САУ системы на входной сигнал некоторой произвольной формы, например,  $x(t) = \sin(5t + 2)$  и определенных начальных условиях ( $y(0) = 500$ ) содержание соответствующего файла-сценария имеет вид:

```
[t,y] = ode45('DU_3por',[0,6],[500,0,0]);  
plot(t,y(:,1),'k')  
grid on  
hold on  
gtext('y(t)')
```

В файле-функции поменяется только вид функции  $F$  :

```
F=[y(2);y(3);(b0*sin(5*t+2)-a1*y(3)-a2*y(2)-a3*y(1))/a0].
```

После вызова на выполнение файла-сценария, на монитор будет выведена графическая зависимость  $y = f(t)$ , которая приведена на рис. 2.5.

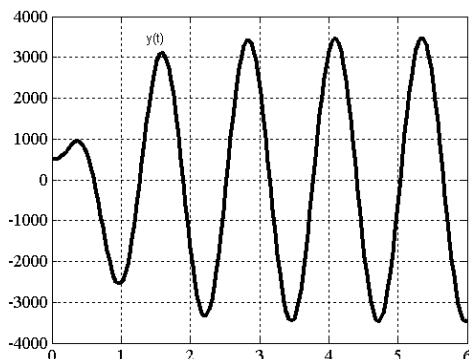


Рис. 2.5 - Реакция системы на гармоническое воздействие

Таким образом использование базовых функций системы **MATLAB** предоставляет гораздо больше возможностей для исследователя (в том числе и контроль над точностью расчета), однако подразумевает составление соответствующих программ по определенным правилам (т.е. умения программировать на языке высокого уровня), что несколько затрудняет их использование.

### 2.4.3. Использование средств **Simulink**.

Блок-схема **Simulink**, реализующая процесс решения дифференциального уравнения (2.3) при всех трех типах входного сигнала (моделирования поведения САУ, описываемой этим уравнением) приведе на рис. 2.6.

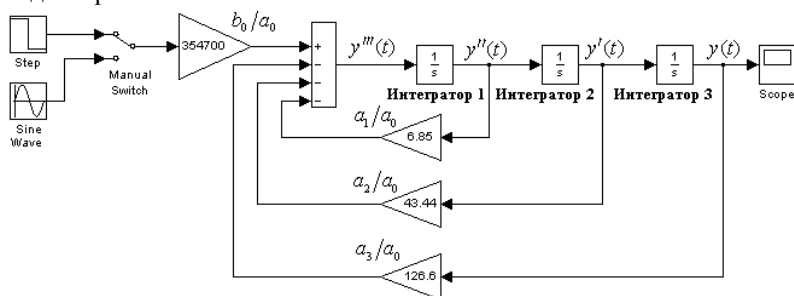


Рис. 2.6 - Блок-схема решения дифференциального уравнения третьего порядка



Здесь: три блока **Integrator** осуществляют интегрирование соответствующих входных переменных с заданием от внутреннего источника **internal** их начальных значений; четыре блока **Gain** служат для задания указанных на рисунке соотношений между коэффициентами уравнения; ручной переключатель **Manual Switch** осуществляет выбор типа входного сигнала.

Опции подменю **Simulation - Simulation parameters** предоставляют очень простую возможность выбора одного из 12 методов интегрирования, с одновременным контролем их точности, а для методов с фиксированным шагом дискретизации – заданием величины шага интегрирования.

Таким образом **Simulink** предоставляет самые широкие и одновременно просто реализуемые возможности при получении разнообразных временных характеристик. Наличие интерактивной структурной схемы уравнения существенно упрощает понимание физических особенностей этих характеристик.

## 2.5. Структурные преобразования линейных САУ

В ТАУ при операциях с дифференциальными уравнениями наиболее широкое распространение получили структурные схемы, представляющие собой графическое изображение вида этих уравнений, а также связей между ними (общих переменных). При этом обычно используется операционный метод описания, основанный на использовании интегрального преобразования Лапласа (L-преобразования):

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt. \quad (2.4)$$

Это преобразование устанавливает соответствие между функцией  $f(t)$  действительной переменной  $t$  и функцией  $F(s)$  комплексной переменной  $s = \alpha + j\beta$ . При этом  $f(t)$  называют оригиналом, а  $F(s)$  - изображением.

Широкое применение преобразования Лапласа при математическом описании САУ обуславливается тем, что с его помощью определяют так называемую передаточную функцию, которая является самой компактной формой описания свойств САУ или ее составных элементов.

Воспользовавшись преобразованием Лапласа (2.4) уравнение линейной САУ (2.1) при нулевых начальных условиях можем записать в виде:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)}. \quad (2.5)$$

Анализ выражения (2.5) показывает, что соотношение  $Y(s)/X(s)$  не зависит от вида входного воздействия  $x(t)$ , а характеризует только собственные свойства САУ. Это соотношение и называется передаточной функцией и обозначается  $W(s)$ .

Таким образом, *передаточной функцией* САУ называется отношение ее выходной величины ко входной, преобразованных по Лапласу при нулевых начальных условиях.

Часто встречающейся задачей структурных преобразований является определение передаточных функций САУ, состоящей из нескольких блоков, определенным образом соединенных между собой. При этом используются следующие правила.

*Последовательное соединение.* При таком соединении выходная величина предыдущего звена является входной величиной последующего звена (см. рис. 2.7).

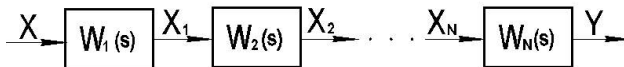


Рис. 2.7 - Структурная схема последовательного соединения звеньев

Выражение для определения эквивалентной передаточной функции соединения  $W_3(s)$  по каналу  $X(s) - Y(s)$  определяется соотношением:

$$W_3(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \prod_{i=1}^N W_i(s). \quad (2.6)$$

*Параллельное соединение.* При таком соединении на вход всех звеньев подается одна и та же величина, а выходная величина равна сумме выходных величин отдельных звеньев (см. рис. 2.8).

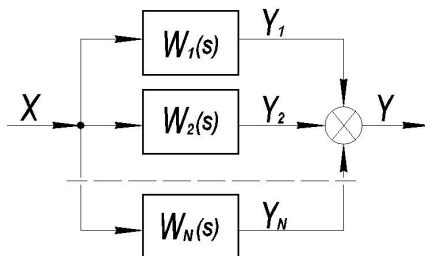


Рис. 2.8 - Структурная схема параллельного соединения звеньев

Эта схема может быть заменена эквивалентной с передаточной функцией:

$$W_{\Sigma}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \sum_{i=1}^N W_i(s). \quad (2.7)$$

*Охват звена обратной связью.* В этом случае имеем структурную схему, приведенную на рис. 2.9, где обратная связь может быть как отрицательной, так и положительной.

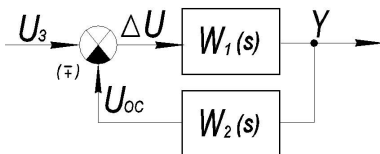


Рис. 2.9 - Структурная схема САУ с обратной связью

Соответствующая формула имеет вид:

$$W_{\Sigma}(s) = \frac{Y(s)}{U_3(s)} = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_1(s)W_2(s)}. \quad (2.8)$$

При этом “+” в ней ставится в случае отрицательной обратной связи, а “-” – положительной.

### 2.5.1. Средства MATLAB для преобразования структурных схем

Единственным средством **MATLAB** для непосредственного преобразования структурных схем являются *функции структурирования* **Control System Toolbox**.

Рассмотрим получение передаточной функции САУ, приведенной на рис. 2.10, по задающему воздействию.

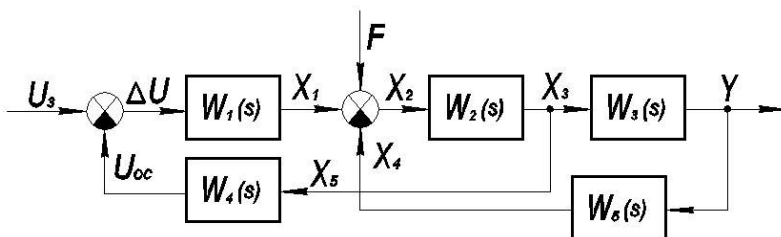


Рис. 2.10 - Исходная структурная схема САУ с обратной связью

Сначала преобразуем эту схему в эквивалентную, но содержащую только типовые соединения звеньев. Для этого перенесем узел разветвления сигнала  $X_3$  через звено  $W_3(s)$  вперед, поменяем его местом с узлом разветвления сигнала  $Y$  и добавим один сумматор (см. рис. 2.11).

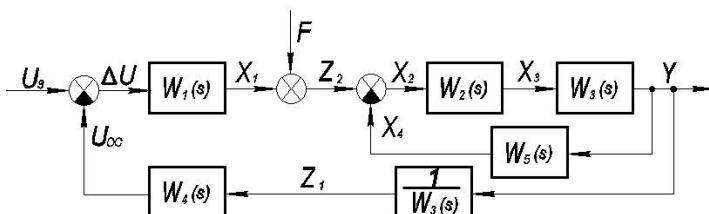


Рис. 2.11 - Преобразованная структурная схема САУ с обратной связью

На основании схемы на рис.2.11 составим соответствующий файл-сценарий, который имеет вид:

```

W1=tf([0.95 6],[0.4 1]); W2=tf([3]); W3=tf(120,[0.03 0.28 1]);
W4=tf([0.08]); W5=tf(0.02,[0.07 1]);
Wpc=W1*W2*W3/(1+W2*W3*W5);
Wrk=Wpc*W4/W3;
Wz=Wpc/(1+Wrk)
Wz=minreal(Wz)

```

Здесь первые две строки служат для ввода параметров передаточных функций отдельных блоков, а следующие три – собственно для определения требуемого результата (при этом использовались формулы (2.6) и (2.8)). Применение в программе функции **minreal** носит сервисный характер – сокращение нулей и полюсов искомой передаточной функции, а, следовательно, тождественное понижение ее порядка.

Результатом вызова этого файла на выполнение будет формирование эквивалентной передаточной функции САУ в виде:

$$\frac{1.815e004 s^2 + 3.74e005 s + 1.638e006}{s^4 + 27.5 s^3 + 258.4 s^2 + 3308 s + 7310}$$

Поскольку получение эквивалентной передаточной функции не является самоцелью, а является часто только этапом в получении какого-то результата, то в ряде расчетов весьма эффективным может быть использование средств **Simulink**. Эти средства не позволяют рассчитывать вид результирующей передаточной функции. Однако в нем можно набрать соответствующую структурную схему и на ней решить многие задачи, для которых используются передаточные функции (при этом не используя никаких правил эквивалентных преобразований).

В качестве примера на рис. 2.12 приведена блок-схема с такими же параметрами, что и схема на рис. 2.10, для получения переходной характеристики, а на рис. 2.13 – сама характеристика.

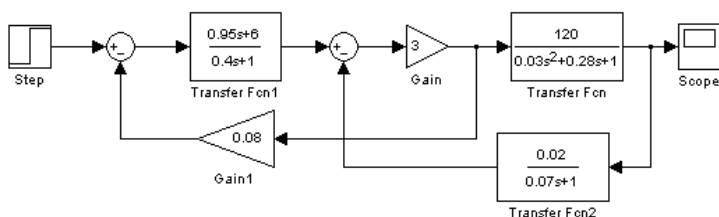


Рис. 2.12 - Блок-схема набора САУ средствами **Simulink**

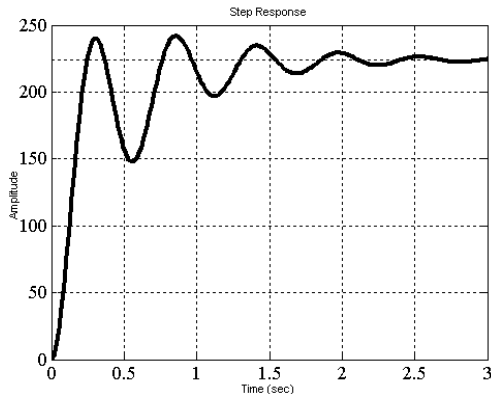


Рис. 2.13 - Результат моделирования поведения САУ в **Simulink**

## 2.5. Расчет частотных характеристик

Частотные характеристики описывают передаточные свойства систем и их элементов в режиме установившихся гармонических колебаний, вызванных внешним гармоническим воздействием. Достоинством этих характеристик является то, что они позволяют достаточно просто связывать значение того или иного параметра системы с ее динамическими свойствами (устойчивостью, переходным процессом). Разработан целый ряд приближенных инженерных методов проведения подобных расчетов.

Наиболее информативной является *амплитудно-фазовая частотная характеристика* (АФЧХ), которая представляет собой график вектора одноименной функции  $W(j\omega)$  комплексного аргумента  $j\omega$  при изменении частоты от 0 до  $\infty$ .  $W(j\omega)$  можно рассматривать как частный случай передаточной функции  $W(s)$  при  $s = j\omega$ .

$W(j\omega)$ , как и любая функция комплексной переменной, может быть представлена в алгебраической и показательной формах.

Алгебраическая форма:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (2.9)$$

где  $P(\omega)$  и  $Q(\omega)$  - вещественная и мнимая части соответственно.

Показательная форма:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.10)$$

где  $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$  - модуль, а  $\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$  - аргумент.

Для получения АФЧХ конкретной САУ в принципе может быть использована функция **Control System Toolbox** - **nyquist**. Например, для замкнутой САУ с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{354700}{s^3 + 6,85s^2 + 43,44s + 126,6} \quad (2.11)$$

можно получить годограф, приведенный на рис. 2.14).

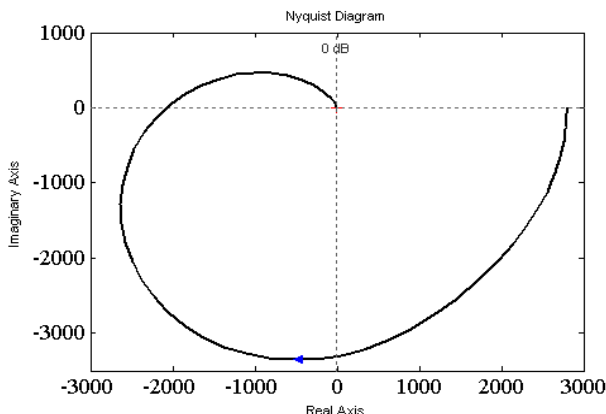


Рис. 2.14 - Вид АФЧХ САУ при использовании функции **nyquist**

Однако диаграмма Найквиста имеет узко специализированное применение и служит для построения годографов передаточных функций разомкнутого контура САУ. Кроме того, на этом рисунке **MATLAB** выводит также особую точку  $(-1, j0)$ .

Поэтому более целесообразным является использование возможностей программирования файла-сценария. Соответствующий фрагмент такого файла может иметь следующий вид:

```
w=linspace(0,50,7000);
W=squeeze(freqresp(Wsu,w));
dx=1.1;
x1=dx*min(real(W));x2=dx*max(real(W));
```

```

y1=dx*min(imag(W));y2=dx*max(imag(W));
axis([x1 x2 y1 y2]);
line([x1 x2],[0 0],'Color','k');
line([0 0],[y1 y2],'Color','k')
hold on
comet(real(W),imag(W),0)
grid on
plot(real(W),imag(W),'Color','b')

```

Здесь: в первой строке формируется вектор  $w$  значений аргумента – частоты сигналов; во второй – вычисляется интересующая нас комплексная функция  $W$  по известной передаточной функции  $W_{su}$ ; в 3-7 строках формируются координатные оси; функция **comet** служит для анимации представления результатов расчета. Результирующая АФЧХ имеет вид, приведенный на рис. 2.15)

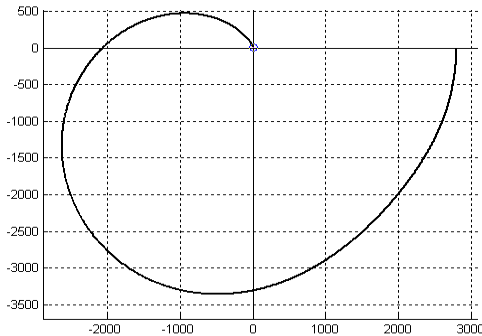


Рис. 2.15 - Вид АФЧХ САУ при использовании пользовательского файла-сценария.

**Simulink** тоже позволяет получить АФЧХ, но путем проведения вычислительного эксперимента на модели САУ при варьировании частоты входного синусоидального сигнала. На рис. 2.16,а приведена структурная схема вычислительного эксперимента на САУ с передаточной функцией (2.11), а на рис. 2.16,б - кривые изменения задающего  $y_3(t)$  и управляемого  $y(t)$  сигналов при  $y_3(t) = 1 \cdot \sin(1 \cdot t)$ .



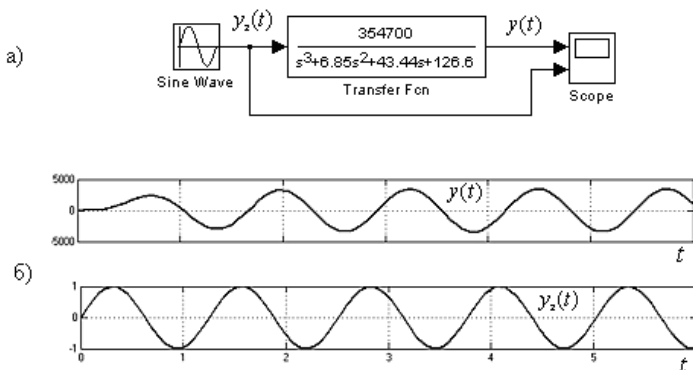


Рис. 2.16 - Блок-хема вычислительного эксперимента по определению АФЧХ САУ средствами **Simulink**

Из сопоставления обоих графиков при разных частотах  $\omega_i$  можно получить векторы значений отношения амплитуд установившихся колебаний на выходе  $a_{\text{вых}}(\omega_i)$  и входе  $a_{\text{вх}}$  системы  $A(\omega_i) = a_{\text{вых}}(\omega_i) / a_{\text{вх}}$ , а также сдвига фаз этих колебаний  $\varphi(\omega_i) = 180 \cdot \Delta t_{\omega_i} \cdot \omega_i / \pi$ , где  $\Delta t_{\omega_i}$  - интервал времени между точками кривых, колеблющимися с одинаковой фазой (например, точками максимума).

Далее, воспользовавшись формулами  $P(\omega_i) = A(\omega_i) \cdot \cos \varphi(\omega_i)$  и  $Q(\omega_i) = A(\omega_i) \cdot \sin \varphi(\omega_i)$ , можно построить требуемую характеристику средствами программирования файла-сценария.

Кроме АФЧХ в практических расчетах имеют распространение две подчиненные разновидности частотных характеристик:

- амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) – график функции  $A(\omega) = |W(j\omega)|$ ;

- фазо-частотная характеристика (ФЧХ) – график функции  $\varphi(\omega) = \text{Arg } W(j\omega)$ .

Скорость изменения этих характеристик на разных участках оси  $\omega$  обычно сильно отличается, при этом характерно наличие протяженных участков с весьма малым изменением функции. Поэтому

исследование частотных свойств САУ становится проще, если использовать частотные характеристики, построенные в полулогарифмическом десятичном масштабе по оси  $\lg \omega$ . За единицу измерения по оси частот принимают декаду - интервал, на котором частота увеличивается в 10 раз.

Анализ логарифмической шкалы частот показывает, что такое представление позволяет сжать изображение в области частот  $\omega > 1 \text{ с}^{-1}$  и раздвинуть его в области  $\omega < 1 \text{ с}^{-1}$ . При этом точке  $\omega = 0 \text{ с}^{-1}$  соответствует значение  $\lg \omega = -\infty$ . Поэтому при построении ось ординат проводят через некоторую произвольную точку, а не через точку  $\omega = 0 \text{ с}^{-1}$ .

По оси  $A(\omega)$  также принято использовать десятичный логарифмический масштаб. Однако при этом используют единицу измерения 1 *бел*, равную усилению сигнала по мощности в 10 раз. Так как мощность гармонического сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды, то при использовании этой единицы для измерения отношения амплитуд перед логарифмом  $\lg A(\omega)$  необходимо добавить множитель 2. Например, если на некоторой частоте  $A(\omega) = 100$ , то это означает, что мощности входного и выходного сигналов отличаются в  $100^2$  раз, т.е. на  $2 \cdot \lg 100 = 4$  *бел*. В ТАУ используют единицу в 10 раз меньше - 1 *дбел*. Тогда перед логарифмом  $\lg A(\omega)$  необходимо добавлять коэффициент 20, т.е.  $20 \cdot \lg A(\omega)$ .

Такие характеристики называются *логарифмическими частотными характеристиками* (ЛЧХ) и изображаются обычно в одном масштабе частот одна под другой.

Отметим то обстоятельство, что для удобства пользования логарифмическим масштабом на отметке, соответствующей значению  $\lg \omega$ , обычно пишут само значение  $\omega$ .

Для получения ЛАЧХ и ЛФЧХ конкретной САУ служит функция **Control System Toolbox – bode**. Результат ее использования для САУ с передаточной функцией (2.11) представлен на рис. 2.17.

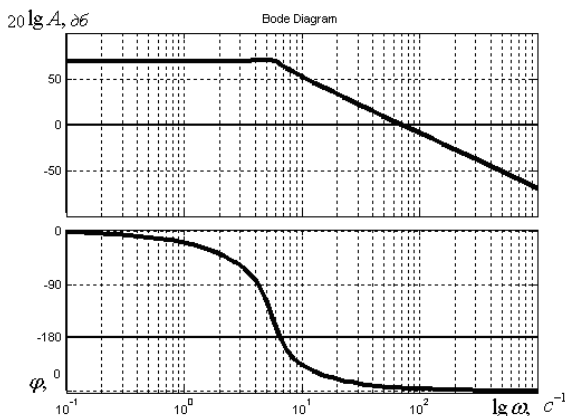


Рис. 2.17 - Вид ЛАЧХ и ЛФЧХ САУ при использовании функции **bode**

**Simulink** позволяет получить логарифмические частотные характеристики путем соответствующей обработки тех же результатов проведения вычислительного эксперимента на модели САУ, которые которые использовались для определения АФЧХ.

## 2.6. Определение устойчивости САУ

Устойчивость САУ характеризует способность системы возвращаться в состояние равновесия после исчезновения внешних сил, которые вывели ее из этого состояния.

Изменение регулируемой величины  $y(t)$  при произвольном внешнем воздействии  $x(t)$  представляет собой решение дифференциального уравнения САУ (1.1):

$$y(t) = y_c(t) + y_b(t) \quad (2.12)$$

Составляющая движения  $y_c(t)$  определяется общим решением однородного дифференциального уравнения (1.1) без правой части:

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = 0 \quad (2.13)$$

и называется *свободным движением*, т.к. зависит только от внутренних свойств САУ.

Составляющая  $y_b(t)$ , наоборот, зависит от характера входного воздействия, определяется всем уравнением (2.1) и поэтому соответствующее движение называется *вынужденным движением*.

В теории автоматического управления интересуются устойчивостью вынужденной составляющей  $y_b(t)$  переходного процесса. Поэтому за невозмущенное движение системы принимается именно эта составляющая.

В соответствии с определением устойчивости по А. М. Ляпунову система будет асимптотически устойчивой, если с течением времени при  $t \rightarrow \infty$  свободная составляющая будет стремиться к нулю, т. е.  $y_c(t) \rightarrow 0$ . Чтобы найти эту составляющую, необходимо решить дифференциальное уравнение (2.13).

Составляющая  $y_c(t)$  ищется в виде:

$$y_c(t) = e^{pt}, \quad (2.14)$$

где  $p$  - некоторое постоянное рациональное число.

Подставив (2.14) в уравнение (2.13), получим:

$$a_0 p^n e^{pt} + a_1 p^{n-1} e^{pt} + \dots + a_n e^{pt} = 0,$$

или после сокращения на общий множитель  $e^{pt}$  имеем:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (2.15)$$

Полученное уравнение является алгебраическим и называется *характеристическим уравнением*.

Решение характеристического уравнения степени  $n$  содержит  $n$  корней. В общем случае эти корни могут быть вещественными, комплексными попарно сопряженными, мнимыми попарно сопряженными, нулевыми.

Если все корни разные, то их называют простыми. Если же среди корней есть одинаковые, то их называют кратными.

Корни с отрицательными вещественными частями принято называть *левыми*, поскольку они на комплексной плоскости корней располагаются слева от мнимой оси, а корни с положительными вещественными частями — *правыми корнями*.

Таким образом выражение (2.14) является решением исходного уравнения при условии, что  $p$  является корнем уравнения (2.15). Поскольку таких корней существует  $n$ , то получаем и  $n$  линейно независимых решений  $y_{c,i}(t)$ . Воспользуемся известной теоремой матема-

тики, утверждающей, что если  $n$  линейно независимых функций  $y_{c,i}(t)$  являются решениями однородного уравнения, то общее решение этого уравнения можем записать в виде:

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^n C_i y_{c,i}(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (2.16)$$

где  $C_i$  - произвольные постоянные интегрирования.

Вещественным корням характеристического уравнения  $p_i = \alpha_i$  в (2.16) соответствуют слагаемые, представляющие собой экспоненты  $C_i e^{p_i t}$ . Очевидно, что отрицательным (левым) корням  $\alpha_i < 0$  соответствуют затухающие экспоненты, положительным (правым) корням  $\alpha_i > 0$  - возрастающие экспоненты, а нулевым корням  $\alpha_i = 0$  - прямые, параллельные оси времени.

Комплексные корни характеристического уравнения всегда бывают попарно сопряженными -  $p_i = \alpha_i + j\beta_i$  и  $p_{i+1} = \alpha_i - j\beta_i$ . Слагаемые, определяемые в (2.16) этими корнями, могут при помощи известной формулы Эйлера  $e^{\pm j\beta_i t} = \cos \beta_i t \pm j \sin \beta_i t$  быть представлены в виде  $C_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} = A_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \varphi_i)$ , где  $A_i$  и  $\varphi_i$  - новые постоянные интегрирования.

В этом случае при  $\alpha_i < 0$  возникают затухающие, при  $\alpha_i > 0$  - расходящиеся и при  $\alpha_i = 0$  - незатухающие колебания. Для устойчивости и в этом случае необходимо выполнение условия  $\alpha_i < 0$ .

В самом общем случае среди корней характеристического уравнения (2.15) могут быть кратные корни. Если имеется  $r$  кратных корней  $p_i$ , то в (2.16) появляются слагаемые вида  $(C_{i,r-1} t^{r-1} + \dots + C_{i,1} t + C_{i,0}) e^{p_i t}$ . Если корень  $p_i = \alpha_i \pm j\beta_i$  имеет отрицательную вещественную часть  $\alpha_i < 0$ , то множитель  $e^{p_i t}$  будет с течением времени убывать, а множитель в скобках - неограниченно возрастать (т.е. возникает неопределенность  $\infty \cdot 0$ ). Однако  $e^{-|\alpha_i|t}$  стремится к нулю быстрее, чем выражение  $C_{i,r-1} t^{r-1}$  к бесконечности. Поэтому при  $\alpha_i < 0$  эта группа слагаемых с течением времени также стремится к нулю.

Таким образом и в самом общем случае для устойчивости линейной системы необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения (1.15) были левыми.

Исходя из изложенного, анализ устойчивости линейной системы сводится к определению расположения корней на комплексной плоскости, которое однозначно определяется коэффициентами характеристического уравнения.

Условие устойчивости линейной системы формулируется следующим образом: для того чтобы линейная система была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения (2.15) были левыми.

Действительная часть корня, расположенного ближе других к мнимой оси, называется *степенью устойчивости*  $\eta$ .

Для получения значений корней конкретной САУ может быть использована функция **Control System Toolbox - pole**. Например, для САУ с передаточной функцией (1.11), применение этой функции приводит к выводу на экран следующих значений трех корней

```
ans =
-1.4461 + j5.4683
-1.4461 - j5.4683
-3.9583
```

Для графического представления этих же корней на комплексной плоскости используется функция **pzmap**. Результат ее применения в нашем случае приводит к изображению, приведенному на рис. 2.18.

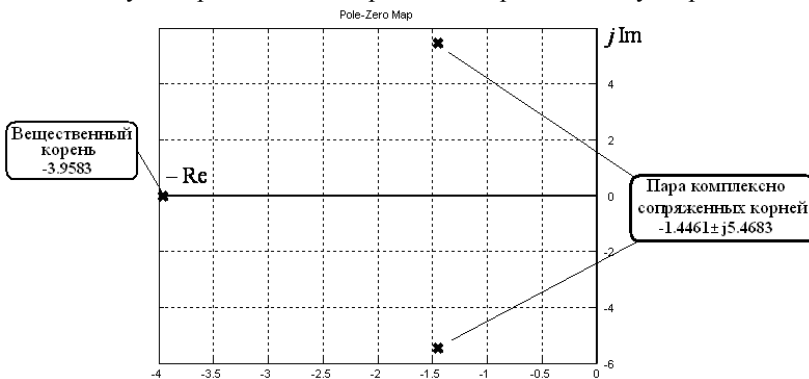


Рис. 2.18 - Карта расположения корней характеристического уравнения САУ, формируемая функцией **pzmap**

Здесь крестики обозначают расположение корней (для условий примера САУ является устойчивой).

На практике получили широкое распространение косвенные правила, которые позволяют определять устойчивость системы без вычисления корней. Эти правила называют *критериями устойчивости*. С помощью критериев устойчивости можно не только установить, устойчива система или нет, но и выяснить, как влияют на устойчивость те или иные параметры и структурные изменения в системе.

Критерии устойчивости могут быть разделены на *алгебраические* и *частотные*. Алгебраические критерии средствами **MATLAB** без написания специальных программ реализованы быть не могут.

Частотные критерии устойчивости позволяют судить об устойчивости САУ по виду их частотных характеристик. Эти критерии являются графоаналитическими и имеют широкое распространение. К этой группе относятся критерии Михайлова и Найквиста.

Критерий Михайлова был сформулирован в 1938 г. русским ученым Михайловым А.В. Он позволяет судить об устойчивости САУ произвольной структуры на основании рассмотрения некоторой геометрической фигуры – годографа вектора Михайлова при изменении частоты входного гармонического сигнала  $\omega$ .

Вектор Михайлова  $A(j\omega)$  получается из левой части характеристического уравнения САУ (1.15) путем замены независимой переменной  $p$  на  $j\omega$ :

$$A(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n, \quad (2.17)$$

Условимся вращение против часовой стрелки считать положительным. Тогда критерий устойчивости Михайлова можно сформулировать так: для того, чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$ , начинался при  $\omega = 0$  на вещественной положительной полуоси и обходил против часовой стрелки последовательно  $n$  квадрантов координатной плоскости, где  $n$  - порядок характеристического уравнения, не обращаясь при этом в нуль.

Построение годографа Михайлова может быть реализовано путем использования базовых функций системы **MATLAB** в теле файла-сценария. Соответствующий фрагмент такого файла имеет следующий вид:

```

[num,den]=tfdata(Wsu);
Mihp=tf([den],[1])
w=linspace(0,7,10000);
Mihw=squeeze(freqresp(Mihp,w));
dx=1.1;
x1=dx*min(real(Mihw));x2=dx*max(real(Mihw));
y1=dx*min(imag(Mihw));y2=dx*max(imag(Mihw));
axis ([x1 x2 y1 y2]);
line([x1 x2],[0 0],'Color','k');line([0 0],[y1 y2],'Color','k')
hold on
comet(real(Mihw),imag(Mihw),0)
grid on
plot(real(Mihw),imag(Mihw),'Color','b')

```

Здесь: в 1-4 строках формируются вектора  $w$  значений аргумента – частоты сигналов и функции Михайлова  $Mihw$  на основании известной передаточной функции  $W_{su}$ ; в 5-10 строках формируются координатные оси; функция **comet** служит для анимации представления результатов расчета.

Результатом вызова файла-сценария для САУ с передаточной функцией (2.11) на выполнение является годограф, приведенный на рис. 2.19 (вид годографа свидетельствует об устойчивости системы) .

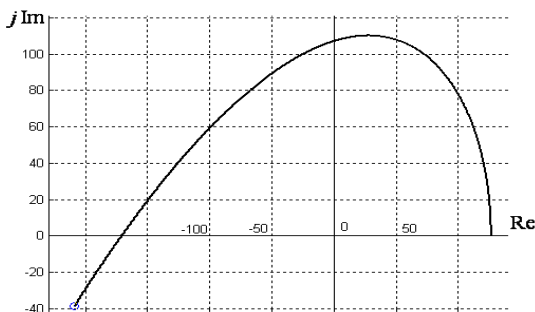


Рис. 2.19 - Вид годографа Михайлова для характеристического уравнения САУ третьего порядка

Критерий Найквиста был сформулирован в 1932 г американским физиком Найквистом. Этот критерий позволяет судить об устойчивости одноконтурной замкнутой системы по АФЧХ ее разомкнутого контура.



Критерий Найквиста формулируется в виде: САУ, в замкнутом состоянии будет устойчива, если АФЧХ ее разомкнутого контура, имеющего  $m$  правых корней, при увеличении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  охватит точку  $(-1, j0)$   $m/2$  раз в положительном направлении.

В случае, если  $m = 0$ , т.е. разомкнутая система устойчива, критерий Найквиста формулируется в более простом виде: если разомкнутый контур САУ устойчив, то для обеспечения ее устойчивости в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутого контура не охватывала точку  $(-1, j0)$ .

При определении устойчивости реальных САУ принимаются обычно следующие допущения:

- при составлении исходных уравнений элементов САУ учитываются только основные факторы;
- конструктивные параметры, через которые выражаются постоянные времени и коэффициенты передачи принимаются сосредоточенными и постоянными;
- используются линеаризованные уравнения.

Поэтому необходимо располагать количественной характеристикой степени гарантии устойчивости в реальных условиях.

Для этой цели используются значения запасов устойчивости. Запас устойчивости может быть выражен различными способами в зависимости от того, какой критерий принят в основу расчета. В случае использования критерия Найквиста определение устойчивости замкнутой САУ зависит от степени удаления АФЧХ разомкнутого контура  $W_{\text{рк}}(j\omega)$  от критической точки  $(-1, j0)$ . Чем ближе эта кривая проходит от критической точки, тем ближе замкнутая система к границе устойчивости.

Для устойчивых систем удаление годографа  $W_{\text{рк}}(j\omega)$  от критической точки  $(-1, j0)$  характеризуется запасом устойчивости по модулю и фазе. Минимальный отрезок действительной оси  $h$ , характеризующий расстояние между критической точкой и ближайшей точкой пересечения годографа  $W_{\text{рк}}(j\omega)$  с действительной осью, называют *запасом устойчивости по модулю*. Минимальный угол  $\gamma$ , образуемый радиусом, проходящим через точку пересечения годографа  $W_{\text{рк}}(j\omega)$  с окружностью единичного радиуса с центром в начале координат и отрицательной частью действительной оси, называют *запасом устойчивости по фазе*.

Для получения АФЧХ разомкнутого контура конкретной САУ служит функция **Control System Toolbox** - **nyquist**. Например, для САУ с передаточной функцией разомкнутого контура

$$W_{\text{рк}}(s) = \frac{2}{0,03705s^3 + 0,3185s^2 + 0,95s + 1} \quad (2.18)$$

можно получить годограф Найквиста, приведенный на рис. 2.20. Здесь же выведены изображение круга единичного радиуса с центром в начале координат и величины запасов устойчивости

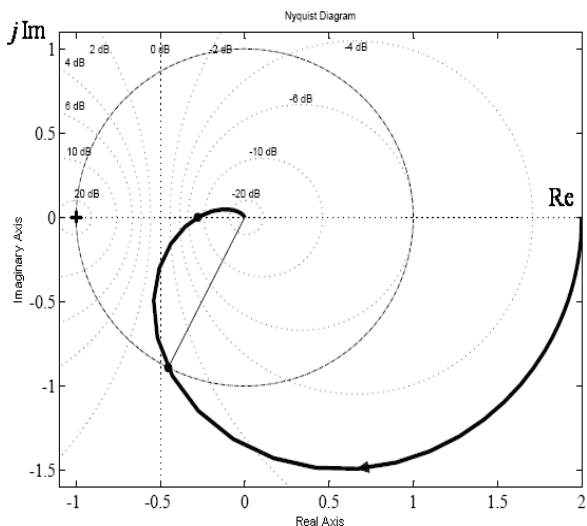


Рис. 2.20 - Годограф Найквиста, построенный функцией **nyquist**

Критерий Найквиста позволяет выяснить устойчивость замкнутой системы не только по АФЧХ, но и по ЛФЧХ разомкнутой системы.

Условие нахождения замкнутой системы на границе устойчивости в соответствии с критерием Найквиста выражается соотношениями:

$$\begin{cases} |W_{\text{рк}}(j\omega_{\pi})| = 1; \\ \varphi(\omega) = \text{Arg } W_{\text{рк}}(j\omega_{\pi}) = -\pi \end{cases}.$$

Откуда следует следующая разновидность формулировки этого критерия: если разомкнутый контур САУ устойчив, то для обеспе-

чения ее устойчивости в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы при достижении ФЧХ разомкнутой системы значения  $-\pi$ , ЛАЧХ этой же системы была отрицательной.

В случае применения для анализа устойчивости логарифмических частотных характеристик запасу устойчивости системы по модулю соответствует отрезок  $l = 20 \lg h$  при том значении частоты, при котором фазовая характеристика  $\varphi(\omega) = -\pi$ .

Запасу устойчивости системы по фазе соответствует значение угла  $\Delta\varphi$ , представляющее превышение фазовой характеристики уровня  $-\pi$  при частоте среза  $\omega_c$ . Рекомендуется, чтобы  $l = 6 \div 12$  дБ и  $\Delta\varphi = 30^\circ \div 45^\circ$ .

Для получения значений запасов устойчивости конкретной САУ служит функция **Control System Toolbox – margin**. Например, для САУ с передаточной функцией разомкнутого контура (1.18) с помощью этой функции можно получить диаграмму Бode с указанием запасов устойчивости, которая приведена на рис. 2.21.

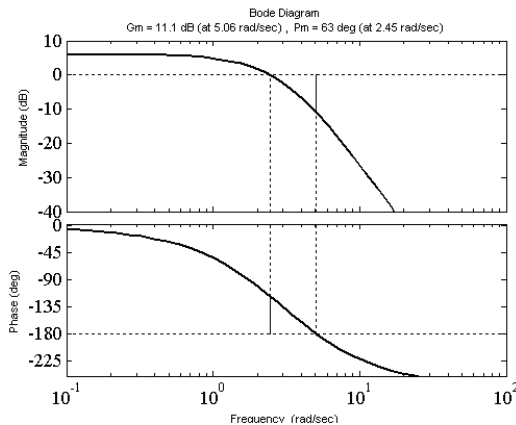


Рис. 2.21 - Диаграмма Бode при использовании функции **margin**

Запасы устойчивости на рис. 2.21 составили:  $l = 11,1$  дБ при  $\omega = 5,06$  с<sup>-1</sup> и  $Dj = 63^\circ$  при  $\omega_c = 2,45$  с<sup>-1</sup>. Рассчитанные значения свидетельствуют о достаточной степени устойчивости системы в замкнутом состоянии.

Применяя частотные критерии, характеристические кривые

можно строить постепенно с учетом влияния каждого звена, что придает этим критериям наглядность и позволяет успешно решать задачу выбора параметров системы из условий устойчивости.

## 2.7. Определение показателей качества

Целью функционирования любой САУ является изменение выходной величины  $y(t)$  в определенном соответствии с законом изменения задающего воздействия  $y_z(t)$ , которое, чаще всего, определяется соотношением  $y(t) = y_z(t)$ .

Кроме обеспечения требования устойчивости САУ должна обладать определенным качеством, под которым понимается *точность процесса управления*. Количественной оценкой точности служит величина *ошибки*  $\delta(t)$ , определяемая разностью между заданным и фактическим значениями управляемой величины:

$$\delta(t) = y_z(t) - y(t). \quad (2.19)$$

Чем меньше мгновенные значения ошибки  $\delta(t)$ , тем лучше точность САУ.

При этом различают две функции САУ:

- воспроизведение задающего воздействия;
- подавление (компенсация) возмущений.

Из-за инерционностей системы обе перечисленные функции всегда выполняются с некоторой погрешностью, т.е. обычно  $\delta(t) \neq 0$ . Мгновенные значения ошибки не могут быть определены априори на стадии проектирования, так как во время работы САУ возмущающие, а иногда и задающие воздействия, изменяются случайным, неизвестным заранее образом. Поэтому качество работы САУ приходится оценивать с помощью определенных показателей (критериев качества), которые характеризуют точность процесса управления раздельно в установившихся и переходных типовых режимах и имеют количественную меру.

Рассмотрим обобщенную структурную схему одноконтурной САУ, которая приведена на рис. 2.22.

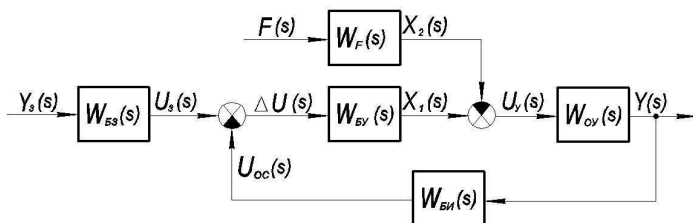


Рис. 2.22 - Исходный вид обобщенной структуры одноконтурной САУ

Преобразуем ее к виду с единичной обратной связью (рис. 2.23).

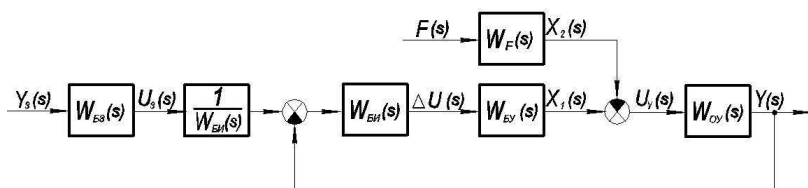


Рис. 2.23 - Структура одноконтурной САУ с единичной обратной связью

В реальных системах с целью согласования сигналов  $U_s(s)$  и  $U_{oc}(s)$  передаточные функции  $W_{БЗ}(s)$  и  $W_{БН}(s)$  подбираются одинаковыми, т.е.  $W_{БЗ}(s) = W_{БН}(s)$ . Тогда структурная схема системы принимает вид, приведенный на рис. 2.24:

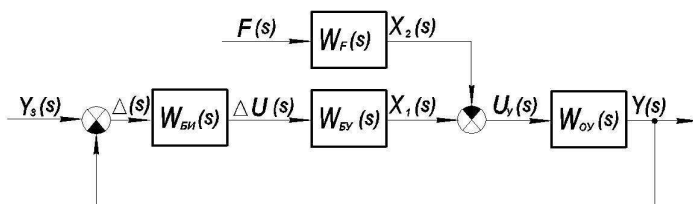


Рис. 2.24 - Структура одноконтурной САУ с выделением ошибки

В полученной схеме непосредственно фигурирует ошибка системы  $\delta(t)$ , которая измеряется в тех же единицах, что и величины  $y_s(t)$  и  $y(t)$ .

Отметим, что в соответствии с последней структурной схемой изображение ошибки  $\Delta(s)$  связано с изображением сигнала рассогласования  $\Delta U(s)$  простым соотношением вида:

$$\Delta U(s) = \Delta(s) \cdot W_{BH}(s).$$

Величина  $\delta(t)$ , исходя из принципа суперпозиции, может рассматриваться в виде суммы двух составляющих, обусловленных действием задающего и возмущающего воздействий, т.е.:

$$\delta(t) = \delta_{y_s}(t) + \delta_f(t).$$

Определим соответствующие передаточные функции:

$$W_{\Delta, Y_s}(s) = \frac{\Delta_{Y_s}(s)}{Y_s(s)} = \frac{1}{1 + W_{BH}(s) \cdot W_{BY}(s) \cdot W_{OY}(s)} = \frac{1}{1 + W_{pk}(s)};$$

$$W_{\Delta, F}(s) = \frac{\Delta_F(s)}{F(s)} = \frac{W_F(s) \cdot W_{OY}(s)}{1 + W_{BH}(s) \cdot W_{BY}(s) \cdot W_{OY}(s)} = \frac{W_F(s) \cdot W_{OY}(s)}{1 + W_{pk}(s)},$$

где  $W_{pk}(s) = W_{BH}(s) \cdot W_{BY}(s) \cdot W_{OY}(s)$  - передаточная функция разомкнутого контура.

Тогда можем записать:

$$\Delta(s) = Y_s(s) \cdot \frac{1}{1 + W_{pk}(s)} + F(s) \cdot \frac{W_F(s) \cdot W_{OY}(s)}{1 + W_{pk}(s)}. \quad (2.20)$$

Таким образом, величина ошибки  $\Delta(s)$  определяется как свойствами системы, так и видом входных воздействий и ее значения в статике и в динамике обратно пропорциональны выражению  $1 + W_{pk}(s)$ .

Оценку ошибки в установившихся статических режимах САУ производят при постоянстве задающего и возмущающего воздействий, т.е. при  $y_s(t) = const$  и  $f(t) = const$ .

Воспользовавшись теоремой о конечном значении оригинала операционного исчисления при  $y_s(t) = y_0 = const$  и  $f(t) = f_0 = const$  из (2.20) получим:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot \Delta(s)) = y_0 \cdot \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} W_{pk}(s)} + f_0 \cdot \frac{\lim_{s \rightarrow 0} (W_F(s) \cdot W_{OY}(s))}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} W_{pk}(s)}. \quad (2.21)$$

При наличии обеих составляющих (1.21) для устойчивых САУ принимает вид:

$$d(\Gamma) = y_0 \frac{1}{1 + k_{\text{рк}}} + f_0 \frac{k_f \cdot k_{\text{оу}}}{1 + k_{\text{рк}}}. \quad (2.22)$$

Поскольку величина  $\delta(\infty)$  при определенных значениях входных воздействий является величиной постоянной, ее принято называть *статической ошибкой*.

Графически зависимость (2.22) можно изобразить статической характеристикой  $\delta(\infty) = f(f_0)$  при  $y_3(t) = y_0 = \text{const}$ . Если  $k_f > 0$  то она имеет вид, приведенный на рис. 2.25:

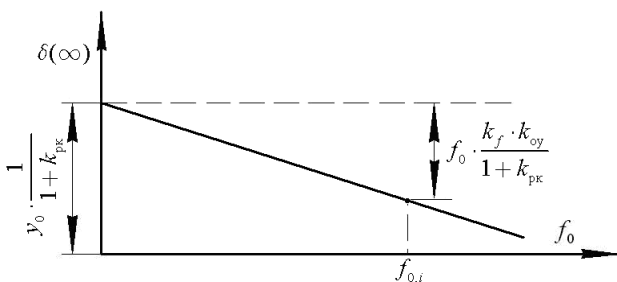


Рис. 2.25 - Статическая зависимость  $\delta(\infty) = f(f_0)$

Мгновенные значения ошибок (в том числе и статических) можно получить и средствами **MATLAB**. В качестве примера определим значения составляющих ошибки для САУ, структурная схема которой приведена на рис. 2.26 при  $k_1 = 2,5$ ;  $T_1 = 0,25$  с;  $k_2 = 0,9$ ;  $T_2 = 0,42$  с;  $y_3(t) = 1(t)$ ;  $f(t) = 1(t)$ .

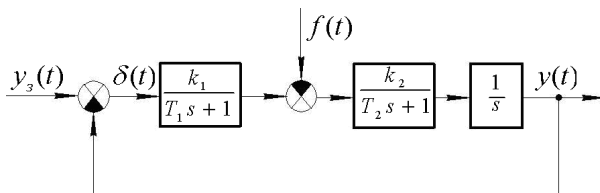


Рис. 2.26 - Структурная схема САУ

Воспользовавшись возможностями функций структурирования **Control System Toolbox** составим файл-сценарий следующего вида

```

k1=2.5;T1=0.25;k2=0.9;T2=0.42;
W1=tf(k1,[T1 1]);
W2=tf(k2,[T2 1]);
W3=tf(1,[1 0]);
Wrk=W1*W2*W3
Wou=minreal(1/(1+Wrk))
Wof=minreal(W2*W3/(1+Wrk))
[Yu,t]=step(Wou);
[Yf,t]=step(Wof);
plot(t,Yu,'-r',t,Yf,'-b',t,Yu+Yf,'k')
xlabel('t, c')
grid on

```

В результате вызова этого файла на выполнение получаем графическое изображение поведения составляющих и суммарной ошибки в функции времени, которое приведено на рис. 2.27.

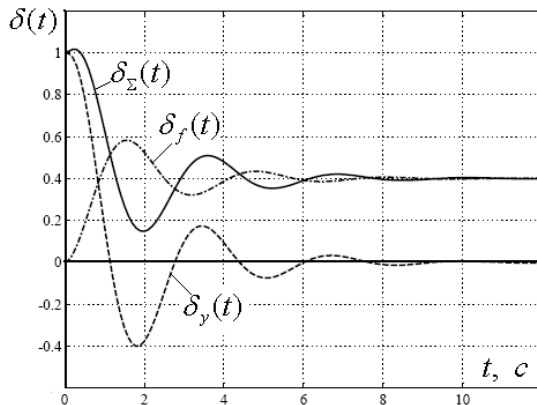


Рис. 2.27 - Временные зависимости ошибок САУ

Анализ графиков на рис. 2.27 показывает, что система является астатической по задающему воздействию ( $\delta_{y_s}(\infty) = 0$ ) и статической по возмущающему ( $\delta_f(\infty) = 0,4$ ).

**Simulink** тоже позволяет получить аналогичные результаты, однако при этом существенно проясняя физическую сущность решаемой задачи. Соответствующая блок-схема приведена на рис. 2. 28.



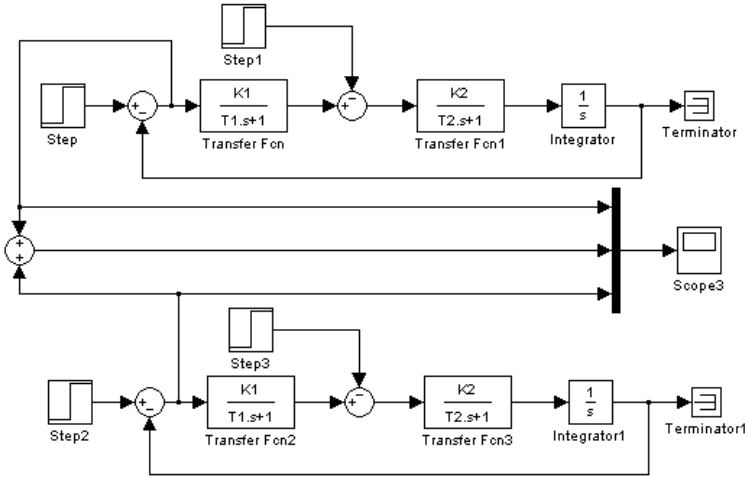


Рис. 2.28 - Блок-схема **Simulink** определения временных зависимостей ошибки САУ

Анализ точности работы САУ в более сложных режимах в классической ТАУ проводится только в установившихся состояниях на основе т.н. метода коэффициентов ошибок. Этот метод основывается на приближенной замене передаточной функции по ошибке, вызванной входным воздействием  $y_s(t)$ , в окрестностях точки  $s = 0$ , что в области оригиналов соответствует  $t = \infty$ , рядом Маклорена (частного случая ряда Тейлора при  $s_0 = 0$ ), т.е.:

$$W_{\Delta,U}(s) \approx W_{\Delta,U}(s) \Big|_{s=0} + \frac{dW_{\Delta,U}(s)}{ds} \Big|_{s=0} s + \frac{1}{2!} \frac{d^2 W_{\Delta,U}(s)}{ds^2} \Big|_{s=0} s^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 W_{\Delta,U}(s)}{ds^3} \Big|_{s=0} s^3.$$

Обозначим:

$$W_{\Delta,Y}(s) \Big|_{s=0} = C_{0,y}; \quad \frac{dW_{\Delta,Y}(s)}{ds} \Big|_{s=0} = C_{1,y};$$

$$\frac{1}{2!} \frac{d^2 W_{\Delta,Y}(s)}{ds^2} \Big|_{s=0} = C_{2,y}; \quad \frac{1}{3!} \frac{d^3 W_{\Delta,Y}(s)}{ds^3} \Big|_{s=0} = C_{3,y}.$$

Тогда изображение составляющей ошибки  $\Delta_y(s)$  можно представить в виде:

$$\Delta_Y(s) = Y_s(s) \cdot W_{\Delta,Y}(s) = Y_s(s) \left( C_{0,y} + C_{1,y}s + \frac{1}{2!}C_{2,y} + \frac{1}{3!}C_{3,y} + \dots \right),$$

или, перейдя к оригиналам, в виде:

$$\delta_Y(\infty) = C_{0,y}y(t) + C_{1,y} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{2!}C_{2,y} \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{1}{3!}C_{3,y} \frac{d^3y(t)}{dt^3} + \dots \quad (2.23)$$

Использование соотношения (2.23) часто связано со значительными вычислительными затратами. В то же время **Simulink** позволяет решить аналогичную задачу значительно проще, полнее и физически понятнее. В качестве примера на рис. 2.29 приведена блок-схема определения суммарной и скоростной составляющей ошибок для САУ на рис. 2.26 при подаче на вход линейно изменяющегося задания  $y_s(t) = a \cdot t$  и  $f(t) = \text{const}$ .

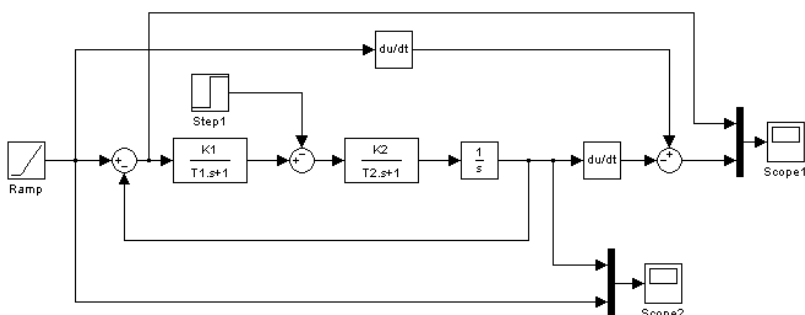


Рис. 2.29 - Блок-схема **Simulink** определения временных зависимостей ошибки в следящей САУ

Соответствующие зависимости ошибок и управляемой координаты представлены на рис. 2.30 и 2.31.

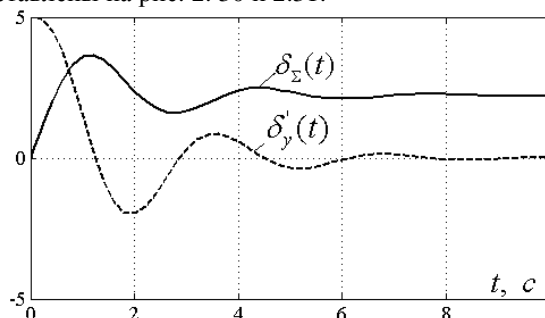


Рис. 2.30 - Временные зависимости ошибок в следящей САУ

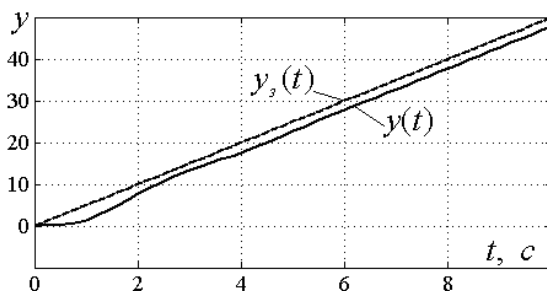


Рис. 2.31 - Изменения задающего и управляемого сигналов

Качество работы в переходных режимах определяется по переходным характеристикам по каналу задания  $h_y(t)$  и каналу возмущения  $h_f(t)$  при подаче на соответствующие входы типовых сигналов вида  $1(t)$ , которые характеризуют динамику изменения координат системы.

В этом случае показатели качества, в зависимости от способа их определения, разделяются на прямые и косвенные. В начале рассмотрим *прямые показатели*, которые определяются непосредственно по временным характеристикам.

При самой общей оценке качества, прежде всего, обращают внимание на форму переходного процесса. Различают следующие типы переходных процессов (см. рис. 2.32):

- колебательные (1);
- апериодические (2);
- монотонные (3).

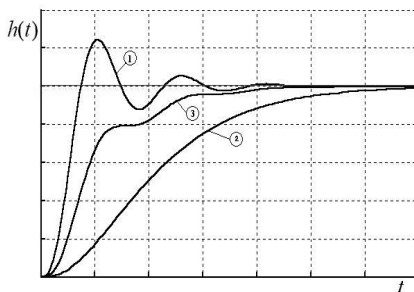


Рис. 2.32 - Типы переходных процессов

Наибольшее число количественных показателей введено для характеристики качества колебательного процесса по каналу задания.

К *основным показателям* характеристики  $h_y(t)$  относятся перерегулирование  $\sigma$  и время регулирования  $t_p$  (см. рис. 2.33).

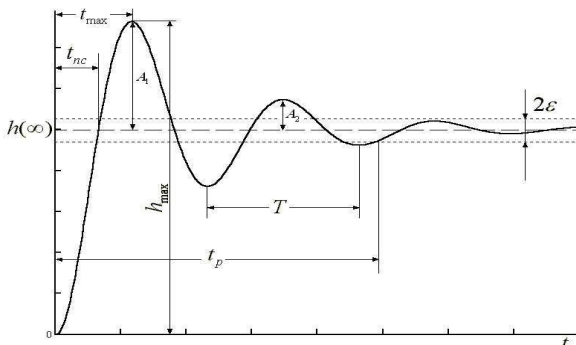


Рис. 2.33 - Числовые характеристики качества колебательного процесса.

*Перерегулирование*  $\sigma$  определяется максимальным отклонением управляемой величины от ее установившегося значения  $h(\infty)$ , выраженном в % к  $h(\infty)$ :

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h(\infty)}{h(\infty)} \cdot 100 \% .$$

Обычно,  $\sigma = 10 \div 30 \%$ , иногда  $\sigma < 10 \%$ , а иногда недопустимо совсем.

*Время регулирования*  $t_p$  определяется интервалом времени от момента приложения воздействия до момента, после которого имеет место неравенство:

$$|h(t) - h(\infty)| \leq \varepsilon h(\infty) ,$$

где  $\varepsilon$  - заданная постоянная величина (обычно  $\varepsilon = 0,05$ ), представляющая собой допустимую погрешность расчета.

Кроме основных существует и ряд *дополнительных показателей* качества. К таким показателям относят:

- частоту колебаний  $\omega = 2\pi / T$ , где  $T$  - период колебаний;
- число колебаний  $n_\kappa$  за время регулирования  $t_p$  (обычно

$n_k = 1 \div 2$ , иногда  $3 \div 4$ , а иногда и вовсе недопустимо);

- *время первого согласования* переходного процесса  $t_{nc}$  (быстродействие), равное абсциссе первой точки пересечения характеристики  $h_y(t)$  с уровнем  $h_y(\infty)$ ;

- *степень затухания*  $\psi = \frac{A_1 - A_2}{A_1}$ , равная отношению разности двух смежных амплитуд к первой из них (интенсивность затухания считается удовлетворительной, если  $\psi = 0,75 \div 0,95$ ;

- *время достижения первого максимума*  $t_{max}$ .

В случае оценки качества процессов управления по каналу возмущающего воздействия могут использоваться все перечисленные показатели за исключением перерегулирования. Этот показатель можно заменить непосредственно максимальным значением  $h_{f,max}$ :

Все вышеперечисленные показатели качества могут быть определены по известным дифференциальным уравнениям средствами определения временных характеристик САУ, описанных в разделе 2.4.1 либо путем использования функции **step Control System Toolbox** в случае известного вида передаточной функции. Например, На рис. 2.34 в качестве примера приведена переходная характеристика, полученная при помощи функции **step** для САУ с передаточной функцией  $W(s) = 354700/(s^3 + 6,85s^2 + 43,44s + 126,6)$ .

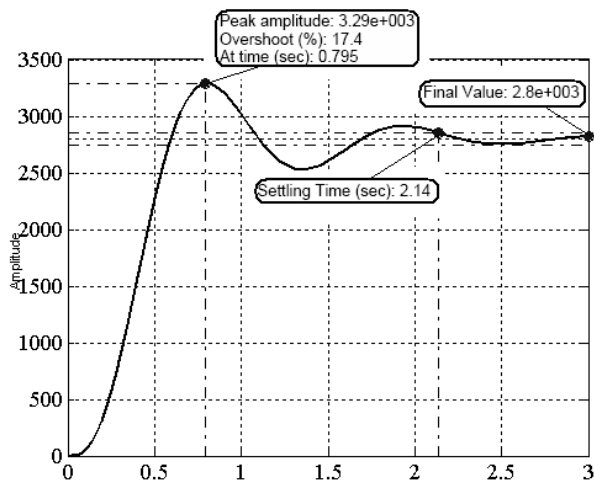


Рис. 2.34 - Определение прямых показателей качества путем использования функции **step**

Здесь путем использования интерактивного меню выведены точки максимального значения  $h_{\max} = 3290$  (Peak Response), установившегося значения  $h(\Gamma) = 2800$  (Steady State), перерегулирования  $\sigma = 17,4\%$  и времени окончания переходного процесса  $t_p = 2,14$  с (Steady State). Остальные показатели могут быть определены путем обработки полученной временной характеристики.

*Косвенные показатели* качества определяются без построения переходных процессов и подразделяются на несколько групп:

- корневые показатели;
- частотные показатели;
- интегральные показатели.

#### **Корневые показатели.**

Характер переходных процессов САУ по определенному входу полностью определяется соответствующей передаточной функцией  $W(s)$ . Если числитель этой функции не имеет нулей, т.е. представляет собой постоянную величину, то в соответствии с формулой разложения Хевисайда особенности переходной характеристики можно оценить по полюсам  $W(s)$ , т.е. по корням характеристического уравнения системы  $A(s)$ . Для этого на комплексной плоскости выделяется область, в которой располагаются все корни уравнения  $A(s) = 0$ . Обычно эта область имеет форму трапеции (см. рис. 2.35).

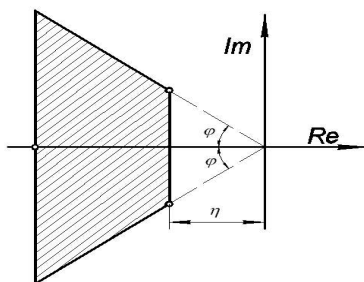


Рис. 2.35 - Область расположения корней

При этом на сторонах и основаниях этой трапеции располагается хотя бы по одному корню.

Основное влияние на длительность переходных процессов оказывают корни, расположенные ближе других к мнимой оси, т.к. они дают наиболее медленно затухающие составляющие. Действительная

часть такого корня называется *степенью устойчивости*  $\eta$ .

Составляющая, определяемая степенью устойчивости, записывается для случая вещественного корня  $p_i = -\eta$  в виде:

$$h_i = C_i e^{-\eta t},$$

и для случая пары комплексно-сопряженных корней  $p_{j,j+1} = -\eta \pm j\beta$  в виде:

$$h_j = C_j e^{-\eta t} \sin \beta t.$$

Тогда, приняв  $\varepsilon = 0,05h(\infty)$ , можно получить зависимость:

$$t_p \leq \frac{1}{\eta} |\ln \varepsilon|,$$

где знак равенства относится к случаю вещественного корня.

Основное влияние на колебательные свойства переходных процессов оказывает пара комплексно сопряженных корней, для которых отношение  $\beta/\eta = \tan \varphi = \mu$  является наибольшим. Величину  $\mu$  называют *колебательностью* САУ. При увеличении  $\mu$  возрастает число колебаний  $n_k$  и возрастает перерегулирование  $\sigma$ .

По значению колебательности  $\mu$  можно определить приближенное значение перерегулирования переходной характеристики при условии расположения пары комплексно сопряженных корней ближе остальных к мнимой оси, воспользовавшись соотношением:

$$\sigma \leq e^{-\pi / \mu}.$$

Последняя оценка является несколько завышенной и реальный процесс может иметь значительно лучшее качество.

Для получения значений корней конкретной САУ может быть использована функция **Control System Toolbox - pole**.

Для графического представления этих же корней на комплексной плоскости используется функция **pzmap**.

#### **Частотные показатели.**

Частотные показатели качества, определяемые по частотным характеристикам САУ, получили наибольшее распространение на практике. Это объясняется тем, что практически любой сигнал, действующий на систему, может быть представлен в виде суммы гармоник (разложен в ряд Фурье). Поэтому, изучив прохождение гармонических сигналов через САУ в диапазоне частот от 0 до  $\infty$ , можно составить представление о реакции системы на произвольный входной сигнал.

Используются следующие частотные показатели качества.

1. *Показатель колебательности*  $M$  - отношение максимального значения АЧХ системы к значению этой АЧХ при  $\omega = 0$ , т.е.

$$M = \frac{A_{\max}}{A(0)}.$$

Показатель колебательности характеризует склонность системы к колебаниям. Чем выше  $M$ , тем сильнее колебательность системы а качество меньше (а именно, увеличиваются перерегулирование  $\sigma$  и время регулирования  $t_p$ ). Считается допустимым, если  $1,1 \leq M \leq 1,5$ .

2. *Резонансная частота*  $\omega_p$  - частота, при которой АЧХ системы имеет экстремум. Гармонические колебания, имеющие частоту  $\omega = \omega_p$ , проходят через САУ с наибольшим усилением.

3. *Полоса пропускания*  $\omega_{\pi}$  - диапазон частот гармонических колебаний, “пропускаемых” системой, т.е. проходящих через систему с практически заметными колебаниями выходной переменной. Гармонические колебания, частоты которых лежат вне полосы пропускания, через систему практически не проходят, т.е. колебания выходной переменной при этих частотах имеют столь малую амплитуду, что ими можно пренебречь.

Подчеркнем, что понятие полосы пропускания является чисто инженерным понятием и не имеет строгого математического определения. Физически любая система пропускает колебания всех частот.

Обычно полосой пропускания считают диапазон частот, за пределами которого АЧХ системы меньше  $0,05 \div 0,1$ .

Ширина полосы пропускания характеризует быстродействие системы  $t_{nc}$ .

4. Частота среза  $\omega_c$  - частота, при которой АЧХ с ростом частоты уменьшаясь, переходит от значений, больших единицы, к значениям, меньшим единицы, и остается в этом диапазоне при дальнейшем увеличении частоты.

Этот показатель характеризует время регулирования  $t_p$ .

Частотные показатели качества тесно связаны с прямыми показателями и часто используются для приближенного определения последних.

Для получения этих характеристик для конкретной САУ служит функция **Control System Toolbox – bode**. Результат ее использо-



вания представлен на рис. 2.16.

### Интегральные показатели.

Каждый из рассмотренных выше прямых и косвенных показателей качества характеризует лишь одно какое-либо свойство системы. При этом связь этих показателей с параметрами устройства регулирования имеет, как правило, сложный противоречивый характер: изменение настроек приводит к улучшению одних показателей и ухудшению других. Поэтому существует необходимость в выработке некоторых обобщенных показателей качества. Такими показателями и являются интегральные показатели.

В самом общем виде все интегральные показатели можно представить интегралом вида:

$$I = \int_0^{\infty} f(x) \cdot dt, \quad (2.24)$$

где  $f(x)$  - некоторая функция фазовых координат системы, характеризующих ее состояние.

При оценке качества системы по каналу задания простейшим интегральным показателем является *линейная интегральная оценка*, использующая переходную характеристику  $h(t)$  :

$$I_{\text{л}} = \int_0^{\infty} [h(\infty) - h(t)] \cdot dt, \quad (2.25)$$

которая равняется площади, заключенной между прямой  $y = h(\infty)$  и кривой переходного процесса  $h(t)$ . Показатель  $I_{\text{л}}$  учитывает как величину текущих динамических отклонений управляемой координаты, так и длительность их существования. Поэтому можно считать, что чем меньше  $I_{\text{л}}$ , тем лучше качество процесса управления.

Обозначим  $h(\infty) = y_{\text{з}} - \delta(\infty)$ , где  $\delta(\infty)$  - установившаяся ошибка системы. Тогда имеем  $h(\infty) - h(t) = y_{\text{з}} - \delta(\infty) - h(t) = y_{\text{з}} - h(t) - \delta(\infty) = \delta(t) - \delta(\infty) = \bar{\delta}$ , где  $\delta(t) = y_{\text{з}} - h(t)$ . Тогда оценку (2.25) можно представить в виде (см. рис. 2.36):

$$I_{\text{л}} = \int_0^{\infty} \bar{\delta} \cdot dt. \quad (2.26)$$

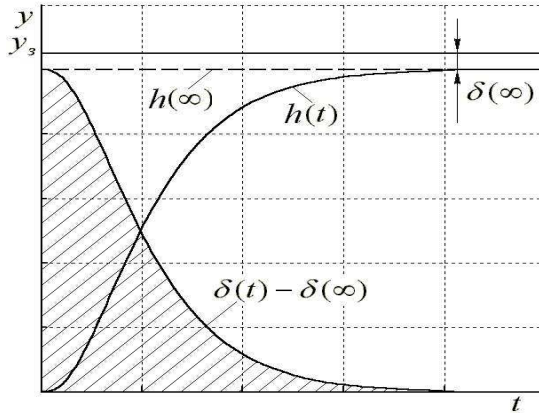


Рис. 2.36 - Интегральные показатели качества

При оценке качества системы по каналу возмущения *линейная интегральная оценка* использует импульсную переходную характеристику  $w(t)$  :

$$I_{\text{л}} = \int_0^{\infty} [w(\infty) - w(t)] \cdot dt .$$

Недостаток интегральной оценки вида (2.26) состоит в том, что она годится только для монотонных процессов. Если же имеют место колебания, то алгебраическое сложение площадей может привести к ситуации, когда при больших колебаниях  $I_{\text{л}} = \min$  .

В целях устранения этого недостатка на практике чаще всего применяют квадратичный интегральный критерий вида:

$$I^2 = \int_0^{\infty} \bar{\delta}^2 \cdot dt . \quad (2.27)$$

Критерий (2.27) не зависит от знака рассогласования и, следовательно, может быть применен как для монотонных, так и для колебательных процессов.

Критерии  $I_{\text{л}}$  и  $I^2$  являются функциями параметров системы, изменяя которые можно минимизировать интегральные оценки.

Однако минимизация интегральной квадратичной ошибки вида (2.27) приводит обычно к большим перерегулированиям переходного процесса (до 20 %). В этих случаях применяют интегральные крите-

рии, учитывающие не только величину ошибки, но и скорость ее изменения

$$I^{2*} = \int_0^{\infty} \left\{ \bar{\delta}^2 + \gamma^2 (\bar{\delta}')^2 \right\} \cdot dt, \quad (2.28)$$

где  $\gamma$  – весовой коэффициент, который определяет значимость второго слагаемого подынтегральной функции.

В результате использования (2.28) получаются достаточно быстрые и плавные переходные процессы.

Иногда кроме указанных ограничений учитывают и ограничение на ускорение. Тогда интегральный критерий принимает вид

$$I^{2**} = \int_0^{\infty} \left\{ \bar{\delta}^2 + \gamma_1^2 (\bar{\delta}')^2 + \gamma_2^2 (\bar{\delta}'')^2 \right\} \cdot dt, \quad (2.29)$$

Реализовать вычисление интегральных показателей качества можно средствами программирования **Control System Toolbox** с использованием базовых функций **MATLAB**, а также блоком **Continuous RMS** средств **Simulink**.

## 2.8. Выполнение синтеза САУ

Под синтезом САУ понимают процедуру создания системы управления объектом, обладающей требуемыми свойствами. Задача синтеза обычно решается исходя из следующих посылок: в любой системе можно выделить неизменяемую и изменяемую части (например, объект управления ОУ и устройство управления УУ). Следовательно, для получения системы с заданными свойствами необходимо определить структуру и параметры изменяемой части системы, иными словами, определить зависимость, связывающую входные и выходные сигналы изменяемой части системы. Эти зависимости называются законами управления или регулирования.

Рассмотрим САУ, структурная схема которой представлена на рис.2.37.

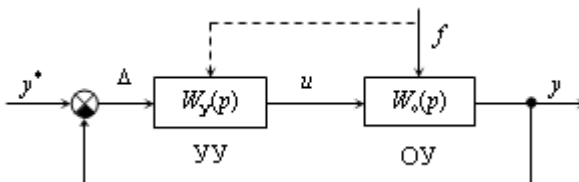


Рис. 2.37 - Структурная схема САУ

В этой схеме изменяемая часть системы УУ формирует управляющее воздействие  $u(t)$  в зависимости от величины ошибки  $\Delta(t) = y^*(t) - y(t)$ . Зависимость, связывающая  $u$  и  $\Delta$ , т.е.  $u(t) = F\{\Delta(t)\}$ , называется *законом регулирования*. В некоторых случаях в устройство управления может подаваться информация о возмущающих воздействиях  $f(t)$  (пунктирная линия). Тогда закон регулирования принимает вид

$$u(t) = F\{\Delta(t), f(t)\}.$$

Рассмотрим линейные законы регулирования, при которых устройства управления вырабатывают величину  $u(t)$  в функции ошибки  $\Delta(t)$  в соответствии со следующим соотношением:

$$u(t) = k_1 \Delta(t) + k_2 \int_0^t \Delta(t) dt + k_3 \frac{d\Delta(t)}{dt}. \quad (2.30)$$

где  $k_i$  - передаточные коэффициенты.

**Пропорциональный закон регулирования (П-регулятор).** В этом случае управляющее воздействие  $u$  связано с ошибкой  $\Delta$  пропорциональной зависимостью  $u(t) = k_1 \Delta(t)$ , и

$$W_y(s) = W_n(s) = k_1, \quad (2.31)$$

где  $W_n(s)$  – передаточная функция пропорционального регулятора.

Если  $W_o(s) = k_o$ , то передаточная функция замкнутой системы по ошибке

$$W_{y^* \Delta}(s) = \frac{1}{1 + W_p(s)} = \frac{1}{1 + k_o k_1},$$

а установившаяся ошибка  $\Delta(\infty)$  при подаче на вход системы со стороны задающего воздействия ступенчатой функции  $y^*(t) = A \cdot 1(t)$  составит

$$\Delta(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} p \Delta(s) \Big|_{Y^*(p) = \frac{A}{p}} = \lim_{p \rightarrow 0} s W_{y^* \Delta}(s) Y^*(s) = \frac{A}{1 + k_o k_1}.$$

Таким образом, статическая ошибка  $\Delta(\infty)$  в рассматриваемой системе пропорциональна задающему воздействию  $y^*(t) = A$  и обратно пропорциональна коэффициенту усиления в разомкнутой системе  $k_p = k_o k_1$ . При этом  $\Delta(\infty) \neq 0$ , и следовательно рассматриваемая система относится к классу статических.

Поскольку управляющее устройство реализуется с помощью

усилительного (безынерционного) звена, система обладает относительно высоким быстродействием. Если полученные характеристики системы удовлетворяют технологическим требованиям, то задача синтеза считается решенной.

**Интегральный закон регулирования (И-регулятор).** В этом случае управляющее воздействие формируется пропорциональным интегралу от ошибки

$$u(t) = k_2 \int_0^t \Delta(t) dt, \quad (2.32)$$

При этом передаточная функция устройства управления (интегрального регулятора):

$$W_y(s) = W_{\text{и}}(s) = k_2 / s.$$

Передаточная функция замкнутой системы по ошибке при  $W_o(s) = k_o$  в этом случае составляет:

$$W_{y^* \Delta}(s) = \frac{1}{1 + k_o k_2 / s} = \frac{s}{s + k_o k_2}.$$

$$\text{Тогда при } y^*(t) = A \cdot 1(t) \text{ бvttv } \Delta(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{As}{s + k_o k_2} = 0^*).$$

Таким образом, рассмотренная система обладает высокой точностью в установившемся режиме и относится к классу астатических. При реализации И-регулятора увеличивается склонность системы к колебаниям, что обусловлено снижением быстродействия регулятора, т.к. после нанесения возмущения в начальный период времени значение интеграла мало.

Заметим, что система, астатическая по задающему воздействию  $y^*$ , может оказаться статической по возмущению  $f$ . Например, при

$$W_{of}(s) = -k_f / s \quad \text{и} \quad f(t) = B \cdot 1(t) \quad \text{получим:} \quad W_{f \Delta} = \frac{k_f}{s + k_o k_2} \quad \text{и}$$

$\Delta_f(\infty) = B k_f / (k_o k_2)$ , т.е. имеет место статическая ошибка по возмущению.

---

<sup>\*)</sup> Заметим, что получаемый результат справедлив и при  $W_o = \frac{B(s)}{A(s)}$ , где  $B(s)$  и  $A(s)$  полиномы  $m$ -ой и  $n$ -ой степени соответственно, при чем  $n \geq m$ .

**Пропорционально-интегральный закон регулирования (ПИ-регулятор).** Когда требуется сочетать в установившемся режиме высокую точность интегрального регулятора с большим быстродействием в переходном режиме пропорционального регулятора, сигнал управления формируют в соответствии с выражением

$$u(t) = k_1 \Delta(t) + k_2 \int_0^t \Delta(t) dt. \quad (2.33)$$

При этом  $W_y(s) = W_{\text{ин}}(s) = k_1 + \frac{k_2}{s} = \frac{k_1 s + k_2}{s}$ , а передаточная

функция по ошибке при  $W_0(s) = k_0$  имеет вид  $W_{y^* \Delta}(s) = \frac{s}{s + k_0(k_1 s + k_2)}$ .

Как и в предыдущем случае  $\Delta(\infty) = 0$ , т.е. система относится к классу астатических. В то же время эта система обладает достаточно большим быстродействием, так как на начальном этапе управления она работает как П-регулятор. В дальнейшем, с течением времени, преобладающее влияние оказывает интегральная часть и система полностью устраняет ошибку.

Заметим, что введение интегрирующего звена уменьшает запас устойчивости системы, в связи с чем увеличивается склонность ее к колебаниям. Представим систему с ПИ-регулятором в виде, показанном на рис.2.38,а.

Отсюда передаточная  $W_p(s)$  и частотная  $W_p(j\omega)$  функции разомкнутого контура системы соответственно равны:

$$W_p(s) = W_0(s)W_y(s) = W_0(s) \left( 1 + \frac{k_2}{s} \right);$$

$$W_p(j\omega) = W_0(j\omega) \left( 1 - j \frac{k_2}{\omega} \right).$$

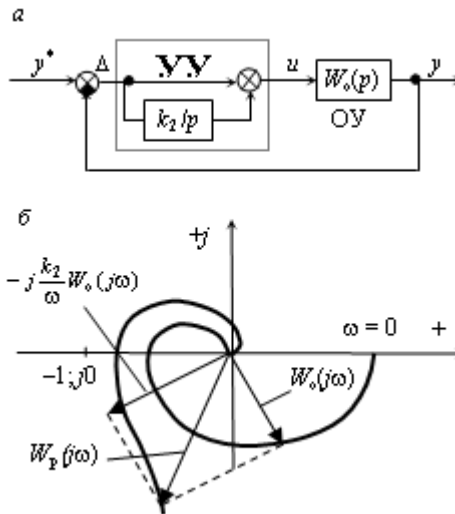


Рис. 2.38 - ПИ-регулятор САУ

Таким образом,  $W_p(j\omega)$  состоит из двух слагаемых, второе из которых  $[-j(k_2/\omega)W_0(j\omega)]$  поворачивает вектор  $W_0(j\omega)$  по часовой стрелке, приближая его годограф к точке  $(-1; j0)$  и, следовательно, уменьшает запас устойчивости системы как по модулю, так и по фазе (рис.2.38, б).

Подчеркнем, что введение интегрирующего звена в прямую цепь управления делает систему астатической по заданному возмущению  $y^*$ , но увеличивает склонность ее к колебаниям.

**Пропорционально-дифференциальный закон (ПД-регулятор).** Управление по производной не имеет самостоятельного значения, так как в установившемся состоянии производная ошибки равна нулю и регулирование прекращается.<sup>\*)</sup> Однако введение производной играет существенную роль в динамических режимах, поскольку позволяет учитывать не только наличие ошибки, но и тенденцию к ее изменению. Имеем:

$$u(t) = k_1 \Delta(t) + k_3 \frac{d\Delta(t)}{dt}. \quad (2.34)$$

<sup>\*)</sup> В связи с этим обратную связь по производной часто называют «гибкой», в отличие от жесткой обратной связи, при которой существует функциональная зависимость  $u = f(\Delta)$ , в частности, в случае применения П-регулятора  $u = k_1 \Delta$ .

При этом  $W_y(s) = W_{\text{пд}}(s) = k_1 + k_3 s$ , а передаточная функция по ошибке при  $W_o(s) = k_o$  имеет вид  $W_{y^* \Delta}(s) = \frac{1}{1 + k_o(k_1 + k_3 s)}$ . В этом

случае  $\Delta(\infty) \neq 0$ , т.е. система относится к классу статических.

Введение в закон регулирования производной позволяет сформировать управляющее воздействие даже при отсутствии ошибки на входе регулятора, что увеличивает быстродействие системы. Кроме того, введение производной подавляет колебания в системе и ускоряет протекание переходных процессов, т.е. улучшает качество переходного процесса.

Убедимся в сказанном, проанализировав частотные характеристики системы, структурная схема которой представлена на рис.2.39,а.

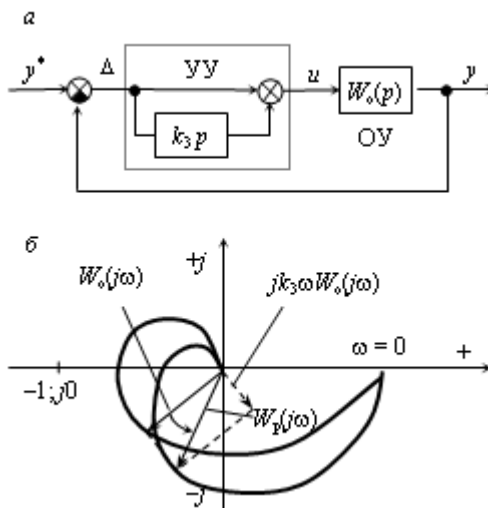


Рис. 2.39 - ПД-регулятор САУ

Имеем  $W_p(j\omega) = W_o(j\omega)[1 + jk_3\omega]$ . Следовательно, как и в случае ПИ-регулятора, частотная функция  $W_p(j\omega)$  состоит из двух слагаемых, но при этом второе слагаемое поворачивает вектор  $W_p(j\omega)$  против часовой стрелки, удаляя годограф этого вектора от точки  $(-1; j0)$  и тем самым увеличивая запас устойчивости системы (рис.2.39, б).

**Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон (ПИД-регулятор).** Здесь закон управления (2.30) реализуется в полном объеме. При этом передаточная функция устройства управления записывается в виде:



$$W_y(p) = W_{\text{пид}}(p) = k_1 + \frac{k_2}{p} + k_3 p. \quad (2.35)$$

Введение в закон регулирования интегральной части приводит к тому, что установившаяся ошибка в системе равна нулю, и, следовательно, система относится к классу астатических.

Поскольку вначале переходного процесса ПИ-регулятор ведет себя как П-регулятор, введение производной для этого периода улучшает качество переходного процесса (аналогично ПД-регулятору). В дальнейшем, по мере затухания переходного процесса, роль производной падает и основную роль начинает играть интегральная составляющая (как в ПИ-регуляторе).

Подчеркнем, что при введении производной в закон регулирования необходимо учитывать спектральный состав различных помех  $f(t)$ , действующих в системе. В частности, если предположить, что  $f(t) = a_1 \sin \omega_1 t$  (где  $\omega_1$  – высокая частота), то  $f'(t) = a_1 \omega_1 \cos \omega_1 t$  и, следовательно, амплитуда производной увеличивается в  $\omega_1$  раз, что существенно снижает помехоустойчивость системы и может привести к ухудшению качества ее работы.

Выбор конкретного алгоритма функционирования регулятора удобно проводить при помощи метода корневого годографа. В теории автоматического управления корневым годографом называются траектории, описываемые на комплексной плоскости корнями характеристического уравнения замкнутой системы при плавном изменении одного из ее параметров (например, коэффициента передачи  $k_{\text{кз}}$  корректирующего звена) от 0 до  $\Gamma$ .

Наглядность и простота исследования влияния отдельных параметров системы на ее динамические свойства составляют несомненные достоинства метода корневых годографов и обуславливают его применение, как для выбора параметров, так и для синтеза структуры корректирующих устройств.

После построения корневого годографа нужно выбрать такое значение  $k_{\text{кз}}$ , при котором имеет место наиболее благоприятное расположение нулей и полюсов. При синтезе структуры корректирующего устройства используют следующие исходные предпосылки. В первом приближении полагают, что переходный процесс зависит от ближайшего к мнимой оси вещественного полюса. Вместе с тем пользуются и предположением, что наилучшие динамические свойства система имеет, когда ближайшей к мнимой оси будет пара комплексно-

сопряженных полюсов. При этом добавление третьего ближайшего к мнимой оси вещественного полюса обычно улучшает качество переходного процесса. Необходимо также учитывать влияние нулей передаточной функции.

Цель расчета состоит в сдвиге доминирующих полюсов на достаточно близкое расстояние от начала координат для того, чтобы переходная характеристика имела малое время нарастания и чтобы полюсы обладали достаточным затуханием (т. е. не располагались слишком близко к оси  $j\omega$ ). При этом для обеспечения устойчивости положение других полюсов системы также должно проверяться. Обычно полюсы замкнутой системы размещают в конфигурации полюсов фильтра Баттерворта.

Поэтому при оценке качества результирующего переходного процесса наиболее правильно рассматривать три ближайших полюса и один нуль передаточной функции замкнутой системы.

Порядок синтеза может быть различным. Пусть требуется выбрать последовательное корректирующее устройство по заданным показателям качества переходной характеристики и при заданном значении передаточного коэффициента  $k_s$  замкнутой системы. Тогда можно поступить следующим образом :

- выяснить влияние  $k_{кз}$  на показатели качества;
- построить корневой годограф нескорректированной системы при изменении  $k_{кз}$  и отыскать на нем точки, соответствующие заданным показателям качества;
- добиться прохождения траекторий корней вблизи выбранных точек при заданном значении  $k_s$  а, следовательно, и определенном значении  $k_{кз}$ , вводя дополнительные нули и полюсы;
- составить передаточную функцию последовательного корректирующего устройства по дополнительно введенным нулям и полюсам.

При этом полезно иметь в виду, что при введении диполя, т. е. полюса и нуля, близко расположенных друг к другу, показатели качества почти не изменяются, но передаточный коэффициент может быть увеличен.

В **MATLAB** метод корневого годографа реализуется функцией **Control System Toolbox - sisotool**

Альтернативным методом синтеза САУ является частотный метод Боде. Этот метод основывается на связи переходной характеристи-

ки замкнутой системы с ее вещественной частотной характеристикой, которая в свою очередь связана с *логарифмической амплитудно-частотной характеристикой*  $L(\omega)$ . При этом предполагается, что синтезируемая система относится к классу минимально-фазовых.

При этом обычно используется следующий алгоритм расчета.

1. Строится ЛАХ исходной (нескорректированной) системы  $L_c(\omega)$  с учетом требуемого коэффициента усиления системы  $k_p$  в разомкнутом состоянии. Величина  $k_p$  определяется заданным значением статической ошибки системы:  $\Delta^* = 1/(1+k_p)$ .

2. По заданным показателям качества (обычно величины  $\sigma_{\max}$  и  $t_p$ ) с учетом ЛАХ нескорректированной системы  $L_c(\omega)$  строится желаемая ЛАХ скорректированной системы  $L_{ск}(\omega)$ . При этом скорректированная система должна оставаться минимально-фазовой, так как только в этом случае характеристика  $L_{ск}(\omega)$  полностью определяет качество процесса управления.

3. По построенным логарифмическим амплитудным характеристикам  $L_c(\omega)$  и  $L_{ск}(\omega)$  определяется ЛАХ корректирующего звена  $L_k(\omega)$ . Наиболее просто  $L_k(\omega)$  определяется для корректирующего звена последовательного типа. В этом случае имеем  $W_k(p) = W_{ск}(p)/W_c(p)$ . Тогда соответствующее соотношение для ЛАХ примет вид  $L_k(\omega) = L_{ск}(\omega) - L_c(\omega)$ . Таким образом  $L_k(\omega)$  можно построить путем вычитания ординат  $L_c(\omega)$  из ординат  $L_{ск}(\omega)$ .

4. По полученной ЛАХ корректирующего звена  $L_k(\omega)$  определяется передаточная функция последовательного корректирующего звена, а также способ его реализации. В случае необходимости последовательное звено может быть пересчитано на эквивалентное параллельное звено или эквивалентную обратную связь.

5. Строится ЛАХ реальной скорректированной системы и, в случае необходимости, используя обычные методы анализа, определяются реальные показатели качества процесса управления.

Наиболее ответственной операцией синтеза АСУ является построение желаемой ЛАХ  $L_{\text{ск}}(\omega)$  и установление связи ее параметров с показателями качества переходного процесса.

Для решения этой задачи используется типовая вещественная частотная характеристика  $P(\omega)$  замкнутой системы (рис.2.40) со следующими параметрами:  $\omega_n$  - интервал положительности вещественной частотной характеристики (ВЧХ);  $\chi_1 = \omega_3/\omega_n$ ,  $\chi_2 = \omega_1/\omega_2$  - основной и дополнительный коэффициенты наклона ВЧХ, соответственно;  $\lambda = \omega_2/\omega_n$  - основной коэффициент формы.

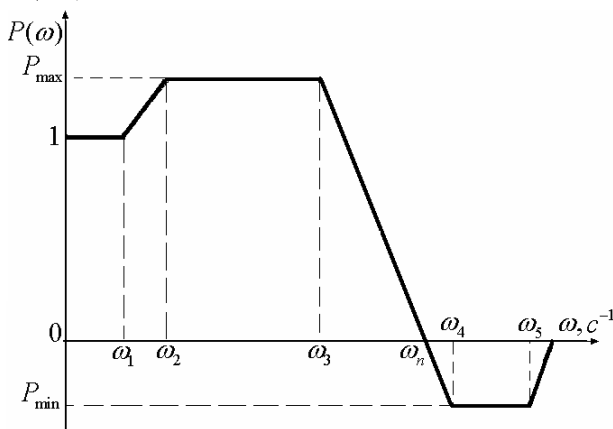


Рис. 2.40 - Типовая вещественная частотная характеристика замкнутой САУ

Как показывают расчеты, при  $\chi_1 \leq 0,8$ ,  $\chi_2 \geq 0,4$  и  $\lambda \geq 0,5$  величина перерегулирования  $\sigma_{\text{max}}$  в основном определяется величиной  $P_{\text{max}}$ . В этом случае величина  $\sigma_{\text{max}}$  и значение времени регулирования  $t_p$  могут быть определены по расчетным кривым, приведенным на рис.2.41.

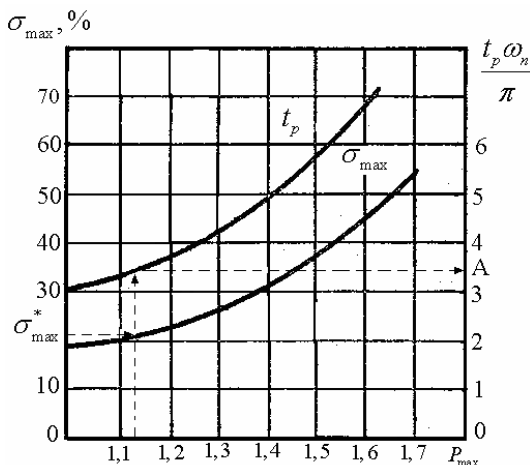


Рис. 2.41 - Номограмма 1 значений показателей качества

Таким образом по номограмме при заданном перерегулировании  $\sigma_{\max}^*$  можно определить  $P_{\max}$ , а затем величину  $t_p \omega_n / \pi$ . При заданном значении  $t_p^*$  соответствующая величина  $\omega_n$  определяется из выражения  $\omega_n = \pi \cdot \overline{OA} / t_p^*$ .

Заметим, что отрицательная часть вещественной характеристики также влияет на величину перерегулирования, изменяя его на величину  $\Delta \sigma$ . Это можно учесть, положив  $P_{\min} \approx 1 - P_{\max}$ . Тогда по кривой  $\sigma_{\max} = f(P_{\max})$ , построенной с учетом значения  $P_{\min}$ , можно найти допустимые значения  $P_{\max}$  и  $P_{\min} = 1 - P_{\max}$ , при которых суммарное перерегулирование не будет превосходить заданного значения  $\sigma_{\max}^*$ .

В таблице 2.2 приведены некоторые типовые значения  $P_{\max}$  и соответствующие качественные показатели замкнутой системы, определенные с помощью соотношения (2.36), связывающего вещественную частотную характеристику минимально-фазовой системы  $P(\omega)$  с ее переходной функцией:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega. \quad (2.36)$$

Таблица 2.2

$P_{\max}$	$\sigma_{\max}$ , %	$t_p$	Число колебаний $n$	$P_{\max}$	$\sigma_{\max}$ , %	$t_p$	Число колебаний $n$
1,4	$\leq 38$	$\leq \frac{6\pi}{\omega_n}$	$\leq 3$	1,2	$\leq 26$	$\leq \frac{4\pi}{\omega_n}$	$\leq 2$
1,3	$\leq 32$	$\leq \frac{5\pi}{\omega_n}$	$\leq 2$	1,0	$\leq 17$	$\leq \frac{3\pi}{\omega_n}$	1

Определив  $P_{\max}$  и  $\omega_n$ , можно переходить к формированию желаемой асимптотической ЛАХ разомкнутой системы  $L_{\text{ск}}(\omega)$ . При этом обычно придерживаются следующего порядка.

1. Строится низкочастотная асимптота  $L_{\text{ск}}^H(\omega)$  таким образом, чтобы она имела наклон -20 дБ/дек, соответствующий астатической системе первого порядка, и пересекала ось абсцисс в точке  $\omega_{\kappa} = k_v$ , где  $k_v$  - заданный коэффициент усиления разомкнутой системы, характеризующий точность ее работы по скорости. При однократном изломе в точке А первая сопрягающая частота определяется соотношением  $\omega_1 = k_{\varepsilon}/k_v$ , где  $k_{\varepsilon}$  - заданный коэффициент, характеризующий точность работы системы по ускорению; при двукратном -  $\omega_1 = 2k_{\varepsilon}/k_v$ .

2. По известной частоте положительности  $\omega_n$ , определяется частота среза  $\omega_c$  так, чтобы она удовлетворяла условию

$$\omega_c = (0,6 \div 0,9) \omega_n.$$

3. Строится среднечастотная асимптота  $L_{\text{ск}}^c(\omega)$  с наклоном -20 дБ/дек, пересекающая ось абсцисс в точке  $\omega = \omega_c$ . Эта асимптота ог-

раничивается прямыми  $L(\omega) = L_1$  и  $L(\omega) = L_2$  при  $|L_2| = L_1$ . Значение  $L_1$  определяется по расчетной кривой, связывающей величины  $L_1$  с  $\sigma_{\max}^{*})$  (рис.2.42).

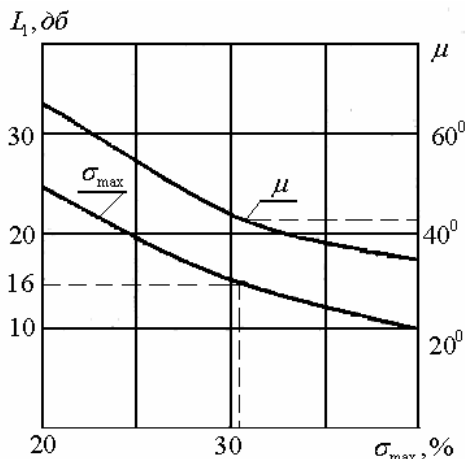


Рис. 2.42 - Номограмма 2 значений показателей качества

4. Высокочастотный участок асимптотической ЛАХ  $L_{ск}^6(\omega)$  строится с наклоном кратным -20 дБ/дек таким образом, чтобы он как можно ближе совпадал с ЛАХ нескорректированной АСУ. При частотах в 5-10 раз превышающих  $\omega_6$  влияние сигнала практически не сказывается на переходном процессе и ЛАХ на этом участке не учитывать.

5. Строят желаемую ЛАХ  $L_{ск}(\omega)$  во всей частотной области.

Подчеркнем, что при построении желаемой ЛАХ  $L_{ск}(\omega)$  ее низкочастотные и высокочастотные участки следует располагать как можно ближе к ЛАХ нескорректированной системы  $L_c(\omega)$ . Это позволяет упростить реализацию корректирующего устройства. При этом

---

<sup>\*)</sup> Заметим, что величина  $\sigma_{\max}$  определяется значениями  $P_{\max}$  и  $P_{\min}$  (см.табл.2..2), которым соответствуют определенные значения  $L(\omega) = L_1$ . Это обстоятельство позволяет определить для различных значений  $\sigma_{\max}$  соответствующие значения  $P_{\max}$ ,  $P_{\min}$  и  $L_1$  и в конечном итоге построить зависимость  $L_1(\sigma_{\max})$ .

в низкочастотной области совпадение  $L_c(\omega)$  и  $L_{ck}(\omega)$  обычно достигается подбором коэффициента усиления желаемой системы, а в высокочастотной – соответствующим выбором желаемой ЛАХ.

При формировании желаемой ЛАХ можно также увеличивать запасы по модулю  $L_1$  и  $|L_2|$ , если это способствует совпадению асимптот  $L_c(\omega)$  и  $L_{ck}(\omega)$ , так как увеличение  $L_1$  и  $|L_2|$  приводит к уменьшению  $P_{\max}$  и  $|P_{\min}|$  и, следовательно, колебательности переходного процесса, что удовлетворяет условию  $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\max}^*$ .

6. После формирования ЛАХ скорректированной системы  $L_{ck}(\omega)$  необходимо проверить выдерживается ли требуемое значение запаса устойчивости по фазе, которое определяется по кривой  $\mu(\sigma_{\max})$ , приведенной на рис.2.42<sup>\*)</sup>. Для этого необходимо подсчитать фазовый сдвиг в двух крайних точках среднечастотного участка, т.е. при  $\omega = \omega_n$  и  $\omega = \omega_g$ , определенных для найденной желаемой передаточной функции разомкнутой системы.

Если требуемый запас по фазе  $\mu^*$  не выдержан, т.е.  $\mu_i = (180 + \varphi_i) \leq \mu^*$ ,  $i = n, в$ , необходимо расширить среднечастотный участок желаемой ЛАХ и произвести повторный расчет.

Чтобы окончательно убедиться в приемлемости полученной ЛАХ, можно, определив соответствующую передаточную функцию, построить переходный процесс в системе и проверить справедливость неравенств  $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\max}^*$ ,  $t_p \leq t_p^*$ .

После окончательного формирования желаемой ЛАХ, вычитают из нее ординаты нескорректированной ЛАХ. Полученная разностная ЛАХ соответствует передаточной функции последовательного корректирующего звена.

В **MATLAB** частотный метод синтеза реализуется путем использования функции **Control System Toolbox – bode**.

---

<sup>\*)</sup> При построении кривой  $\mu(\sigma_{\max})$  используется зависимость между вещественной частотной характеристикой замкнутой системы  $P(\omega)$  и частотной функцией разомкнутой системы  $W(j\omega)$ , что позволяет построить кривые, связывающие  $P(\omega)$  с амплитудной и фазовой характеристиками разомкнутой системы, и в конечном итоге, найти зависимость  $\mu(\sigma_{\max})$ .



### Часть 3. ОПИСАНИЕ ФУНКЦИЙ CONTROL SYSTEM TOOL- BOX, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим более подробно особенности использования функций MATLAB, которые были упомянуты в части 2.

В таблице 3.1 приведены функции тулбокса, которые могут быть использованы для расчета линейных САУ.

Таблица 3.1 - Перечень функций **Control System Toolbox** для моделирования линейных САУ

Название	Назначение
<b>allmargin</b>	Вычисление значений запасов устойчивости
<b>bode</b>	Расчет и построение ЛАЧХ и ФЧХ
<b>bodemag</b>	Расчет и построение только АЧХ
<b>chgunits</b>	Изменение размерности частоты частотной передаточной функции
<b>class</b>	Определение типа модели ('tf', 'zpk', 'ss', или 'frd')
<b>dcgain</b>	Определение коэффициента передачи модели
<b>evalfr</b>	Вычисление значения частотной передаточной функции для одного значения частоты
<b>feedback</b>	Образование замкнутой структуры из двух моделей
<b>frd</b>	Создание модели путем указания ее частотных свойств
<b>frdata</b>	Вычисление значений частотной передаточной функции
<b>freqresp</b>	Вычисление значений частотной передаточной функции для заданного набора частот
<b>gensig</b>	Формирование входного сигнала заданного типа и с заданным периодом
<b>get</b>	Определение свойств модели
<b>impulse</b>	Вычисление импульсной переходной характеристики
<b>initial</b>	Определение переходного процесса при ненулевых начальных условиях
<b>isa</b>	Определение принадлежности модели определенному классу
<b>isct</b>	Определение факта непрерывности модели
<b>isproper</b>	Определение правильности модели
<b>lft</b>	Образование системы с перекрестными связями
<b>linspace</b>	Вычисление значений линейно возрастающих частот

<b>logspace</b>	Вычисление значений логарифмически возрастающих частот
<b>lsim</b>	Определение реакции на произвольное входное воздействие
<b>ltiview</b>	Вызов окна просмотра характеристик САУ
<b>margin</b>	Вычисление запасов устойчивости по фазе и амплитуде
<b>minreal</b>	Определение минимальной реализации модели
<b>nyquist</b>	Определение годографа Найквиста
<b>pade</b>	Проведение Паде-аппроксимации звена запаздывания
<b>parallel</b>	Параллельное соединение систем
<b>pole, eig</b>	Вычисление полюсов модели
<b>pzmap</b>	Построение расположения нулей и полюсов
<b>rlocus</b>	Расчет и построение корневого годографа
<b>roots</b>	Расчет корней полинома
<b>series</b>	Последовательное соединение систем
<b>set</b>	Задание свойств модели
<b>sisotool</b>	Синтез корректирующего устройства
<b>step</b>	Вычисление переходной характеристики
<b>tf</b>	Создание модели в виде передаточной функции
<b>tfddata</b>	Определение числителя и знаменателя передаточной функции
<b>zero</b>	Вычисление нулей модели
<b>zpk</b>	Преобразование в форму модели с указанием нулей и полюсов ее передаточной функции
<b>zpkdata</b>	Определение нулей, полюсов и коэффициентов передачи передаточной функции

### 3.1. Разработка модели САУ скоростью вращения электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения

Для конкретности рассмотрение особенностей использования функций произведем на основе конкретной САУ – системы автоматической стабилизации скорости вращения электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения в системе “генератор - двигатель”, принципиальная схема которой представлена на рис.3.1.

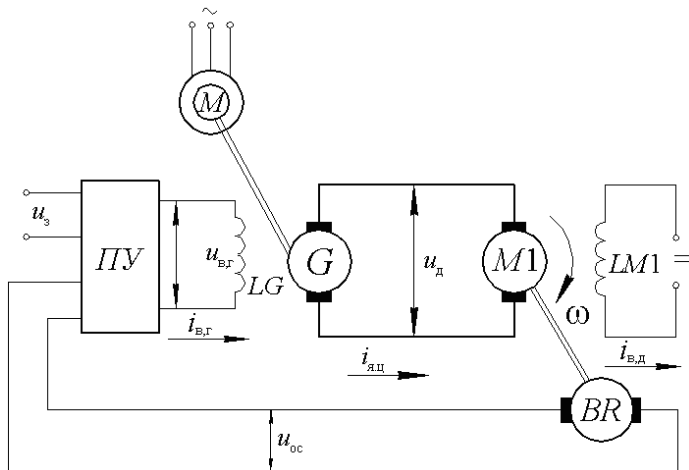


Рис. 3.1 - Принципиальная схема САУ “генератор - двигатель”

Здесь: ПУ – полупроводниковый усилитель;  $G$  – генератор постоянного тока;  $M1$  – управляемый электродвигатель постоянного тока;  $BR$  – тахогенератор;  $LG$ ,  $LM1$  – обмотки возбуждения, соответственно  $G$  и  $M1$ ;  $M$  – асинхронный приводной двигатель с короткозамкнутым ротором;  $i_{в.г}$  – ток возбуждения;  $i_{я.ц}$  – ток якорной цепи системы генератор-двигатель;  $\omega$  – круговая частота вращения вала двигателя;  $u_d$  – напряжение на выходных клеммах генератора;  $u_3$  – напряжение сигнала задания;  $u_{oc}$  – выходное напряжение тахогенератора.

Перед использованием средств MATLAB необходимо выполнить целый ряд предварительных этапов. Первым из них является составление функциональной схемы САУ. Для нашей системы эту схему можно представить в виде, приведенном на рис.3.2.

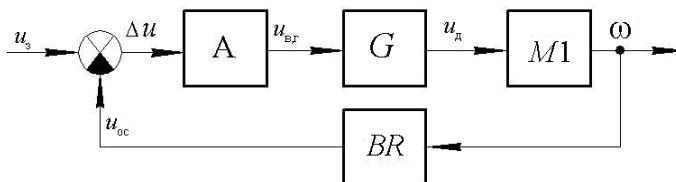


Рис. 3.2 - Функциональная схема САУ “генератор - двигатель”

Вторым этапом является получение для всех блоков функциональной схемы их подробного математического описания, т.е. составление соответствующих математических моделей.

**Математическая модель ДПТ с независимым возбуждением.** Соответственно функциональной схеме уравнение двигателя составим по каналу:  $u_d(t)$  - вход;  $\omega$  - выход. При этом будем рассматривать общий случай изменения напряжения  $u_d(t)$ , так и по цепи возбуждения, осуществляемого с помощью изменения напряжения возбуждения  $u_{в.д.}(t)$ , при действии на двигатель возмущения в виде момента сопротивления  $M_c(t)$  рабочего механизма РМ (см. рис. 3. 3).

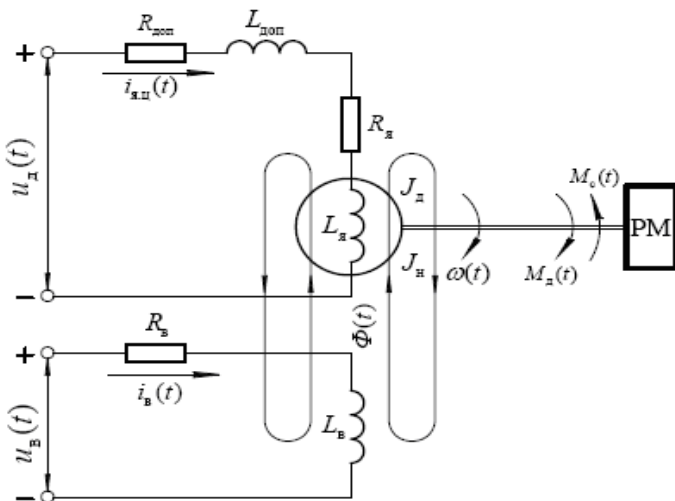


Рис. 3.3 - Упрощенная принципиальная схема ДПТ

Здесь приняты следующие обозначения:  $R_{я.д}$ ,  $L_{я.д}$  - соответственно, активное сопротивление и индуктивность якорной обмотки;  $R_{доп}$ ,  $L_{доп}$  - активное сопротивление и индуктивность дополнительных элементов якорной цепи (щеток, дополнительных полюсов и т.д.);  $i_{я.д}(t)$  - ток якорной цепи;  $i_{в.д.}(t)$ ,  $R_{в.д.}$ ,  $L_{в.д.}$  - соответственно, ток, активное сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения;  $J_d$  и  $J_n$  - моменты инерции якоря двигателя и рабочего механизма

(нагрузки);  $\omega(t)$  - угловая скорость вращения вала якоря;  $M_d(t)$  - момент, развиваемый двигателем;  $\Phi(t)$  - магнитный поток.

При определении уравнений ДПТ будем считать, что:

- параметры  $R_{я.д}$ ,  $L_{я.д}$ ,  $R_{в.д}$ ,  $L_{в.д}$ ,  $R_{доп}$  и  $L_{доп}$  являются постоянными;

- связь рабочего механизма с валом двигателя осуществляется без зазора (люфта) и является абсолютно жесткой;

- статическая регулировочная характеристика  $\omega = f(u_d)$  линейна (линейность означает полную компенсацию реакции якоря и равенство нулю напряжения трогания);

- зависимость магнитного потока от тока возбуждения  $\Phi = f(i_{в.д})$  представляется однозначной кривой намагничивания (гистерезис не учитывается);

- приведенный к валу двигателя момент сопротивления не зависит от скорости;

- влияние вихревых токов в станине и полюсах двигателя, а также вязкого (скоростного) трения равно нулю.

В качестве входных сигналов примем  $u_d(t)$ ,  $u_{в.д}(t)$  и  $M_c(t)$ , а в качестве выходных -  $i_{я.ц}(t)$  и  $\omega(t)$ .

Физику процессов в ДПТ на основе данных литературных источников можно описать следующей системой уравнений:

- уравнением электрического равновесия для цепи якорной обмотки (закон Кирхгофа)

$$u_d(t) = e_d(t) + R_{\Sigma} i_{я.ц}(t) + L_{\Sigma} \frac{di_{я.ц}(t)}{dt}; \quad (3.1)$$

- уравнением движения привода

$$J_{\Sigma} \frac{d\omega(t)}{dt} = M_d(t) - M_c(t); \quad (3.2)$$

- уравнением электрического равновесия для цепи возбуждения

$$u_{в.д}(t) = R_{в.д} i_{в.д}(t) + L_{в.д} \frac{di_{в.д}(t)}{dt}. \quad (3.3)$$

Здесь  $R_{\Sigma} = R_{я.д} + R_{доп}$ ,  $L_{\Sigma} = L_{я.д} + L_{доп}$ ,  $J_{\Sigma} = J_d + J_n$ .

Как известно, противоЭДС двигателя  $e_d(t)$  определяется соотношением:

$$e_d(t) = c \cdot \omega(t) \cdot \Phi_d(t), \quad (3.4)$$

а его вращающий соотношением:

$$M_d(t) = c \cdot i_{яц}(t) \cdot \Phi_d(t). \quad (3.5)$$

где  $c = pN / (2\pi a)$  - машинная постоянная;  $p$  - число пар полюсов;  $N$  - число эффективных проводов якоря;  $a$  - число параллельных ветвей обмотки якоря.

Тогда систему уравнений (3.1)-(3.3) можно решить численным методом путем набора следующей структурной схемы в **Simulink**.

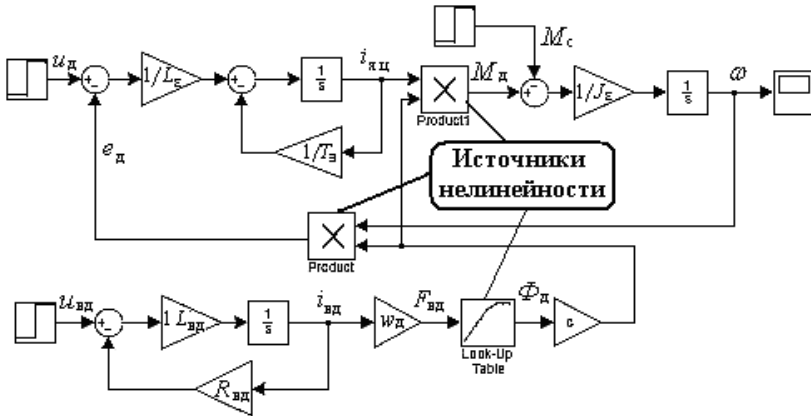


Рис. 3.4 - Блок-схема ДПТ с учетом имеющихся нелинейностей

Здесь:  $W_d$  - число витков на один полюс обмотки возбуждения;  $F_{вд} = w_v \cdot i_{вд}$  - магнитодвижущая сила;  $\Phi_d = f(F_{вд})$  - кривая намагничивания.

Таким образом ДПТ с независимым возбуждением представляет собой сложную систему, имеющую три входа - задающие  $U_d$  и  $U_{вд}$ , а также возмущающее воздействия  $M_c$ . Система имеет отрицательную обратную связь по скорости, роль которой выполняет противоЭДС двигателя  $e_d = c \Phi_d \omega$ .

По приведенной схеме можно проводить расчеты при определенных (в общем-то любых) параметрах входных сигналов и получать те или иные частные результаты. Поэтому такая модель может быть с

успехом использована на стадии окончательной проверки результатов выполняемого анализа либо синтеза САУ. Однако применить многие апробированные методы линейной ТАУ в этом случае не возможно.

На практике обычно используются упрощенные модели ДПТ, получаемые путем линеаризации. В основу метода линеаризации положено разложение в ряд Тейлора, позволяющее представить нелинейную функцию нескольких переменных по степеням малых отклонений этих переменных в окрестностях значений, соответствующих некоторому установившемуся статическому режиму.

Уравнение (3.4) нелинейно, так как в него входит произведение переменных  $\omega(t) \cdot \Phi_d(t)$ . Запишем его следующим образом:

$$F[e_d(t), \omega(t), \Phi_d(t)] = e_d(t) - c \cdot \omega(t) \cdot \Phi_d(t) = 0. \quad (3.6)$$

Линеаризуем функцию (3.6) в окрестностях базовых значений переменных  $e_6$ ,  $\omega_6$  и  $\Phi_6$ , соответствующих некоторому статическому режиму.

Имеем

$$\left. \frac{\partial F}{\partial e_d} \right|_6 \cdot \Delta E_d(t) + \left. \frac{\partial F}{\partial \omega} \right|_6 \cdot \Delta \omega(t) + \left. \frac{\partial F}{\partial \Phi_d} \right|_6 \cdot \Delta \Phi_d(t) = 0. \quad (3.7)$$

Согласно (6)

$$\left. \frac{\partial F}{\partial e_d} \right|_6 = 1, \quad \left. \frac{\partial F}{\partial \omega} \right|_6 = -c \cdot \Phi_6, \quad \left. \frac{\partial F}{\partial \Phi_d} \right|_6 = -c \cdot \omega_6. \quad (3.8)$$

Подставив выражения (3.8) в (3.6), получим:

$$\Delta e_d(t) - c \cdot \Phi_6 \cdot \Delta \omega(t) - c \cdot \omega_6 \cdot \Delta \Phi_d(t) = 0, \quad (3.9)$$

или

$$\Delta e_d(t) = c \cdot \omega_6 \cdot \Delta \Phi_d(t) + c \cdot \Phi_6 \cdot \Delta \omega(t). \quad (3.10)$$

Учтем, что

$$\frac{d[i_{я.ц.6} + \Delta i_{я.ц}(t)]}{dt} = \frac{d \Delta i_{я.ц}(t)}{dt}.$$

Тогда, преобразовав (3.1) и (3.10) по Лапласу и исключив промежуточную переменную  $\Delta E_d(s)$ , получим:

$$c \cdot \Phi_6 \cdot \Delta \Omega(s) + R_\Sigma (1 + T_9 s) \Delta i_{я.ц}(s) = \Delta U_d(s) - c \cdot \omega_6 \cdot \Delta \Phi_d(s), \quad (3.11)$$

где  $T_9 = L_\Sigma / R_\Sigma$  - электромагнитная постоянная.

Уравнение (3.5) нелинейно, так как в него входит произведение переменных  $i_{я.ц}(t) \cdot \Phi_d(t)$ . Запишем его следующим образом:

$$F[M_d(t), i_{я.ц}(t), \Phi_d(t)] = M_d(t) - c \cdot i_{я.ц}(t) \cdot \Phi_d(t) = 0. \quad (3.12)$$

Линеаризовав функцию (3.12) в окрестностях базовых значений переменных  $M_{д,б}$ ,  $i_{я.ц,б}$  и  $\Phi_{б}$ , получим

$$\Delta M_d(t) - c \cdot \Phi_{б} \cdot \Delta i_{я.ц}(t) - c \cdot i_{я.ц,б} \cdot \Delta \Phi_d(t) = 0. \quad (3.13)$$

Тогда линеаризованное уравнение (3.2) в изображениях можно записать следующим образом:

$$T_m s \Delta \Omega(s) - \frac{R_\Sigma}{c \Phi_{б}^2} \Delta I_{я.ц}(s) = \frac{R_\Sigma i_{я.ц,б}}{c \Phi_{б}^2} \Delta \Phi_d(s) - \frac{R_\Sigma}{(c \Phi_{б})^2} \Delta M_c(s), \quad (3.14)$$

где  $T_m = J_\Sigma \cdot R_\Sigma / (c \Phi_{б})^2$  - электромеханическая постоянная времени.

Исключим из уравнений (3.11) и (3.14) отклонение потока  $\Delta \Phi_d(s)$ .

Для этого воспользуемся зависимостью между потоком  $\Phi_d(t)$  и током возбуждения  $i_{в.д}(t)$ , которая определяется кривой намагничивания и также является нелинейной.

Линеаризовав функцию  $\Phi_d[i_{в.д}(t)]$  в окрестностях базовых значений переменных,  $i_{в.б}$  и  $\Phi_{б}$ , получим:

$$\Delta \Phi_d(t) = k_{в.д} \Delta i_{в.д}(t), \quad (3.15)$$

где  $k_{в.д} = \left. \frac{\partial \Phi_d}{\partial i_{в.д}} \right|_б$ . После линеаризации уравнения (3.3) и подстановки соотношения (3.15) окончательно запишем:

$$\Delta \Phi_d(s) = \frac{k_{в.д}}{R_{в.д} (1 + T_{в.д} s)} \Delta U_{в.д}(s), \quad (3.16)$$

где  $T_{в.д} = \frac{L_{в.д}}{R_{в.д}}$  - постоянная времени обмотки возбуждения.

С учетом (3.16) система уравнений ДПТ с независимым возбуждением (3.11) и (3.14), принимает вид:



$$\left. \begin{aligned}
& c \cdot \Phi_{\delta} \cdot \Delta \Omega(s) + R_{\Sigma} (1 + T_3 s) \Delta I_{\text{я.ц}}(s) = \\
& = \Delta U_{\text{д}}(s) - \frac{\omega_0 k_{\text{в.д}} c}{R_{\text{в.д}} (1 + T_{\text{в.д}} s)} \Delta U_{\text{в.д}}(s); \\
& T_{\text{м}} s \Delta \Omega(s) - \frac{R_{\Sigma}}{c \Phi_{\delta}} \Delta I_{\text{я.ц}}(s) = \\
& = \frac{R_{\Sigma} i_{\text{я.ц.б}}}{c \Phi_{\delta}^2} \cdot \frac{k_{\text{в.д}}}{R_{\text{в.д}} (1 + T_{\text{в.д}} s)} \Delta U_{\text{в.д}}(s) - \frac{R_{\Sigma}}{(c \Phi_{\delta})^2} \Delta M_{\text{с}}(s)
\end{aligned} \right\} . \quad (3.17)$$

Уравнения (3.17) при управлении по цепи якоря упрощаются. В этом случае напряжение, прикладываемое к обмотке возбуждения, постоянно, т.е.  $u_{\text{в.д}}(t) = u_{\text{в.б}} = \text{const}$ ,  $\Delta u_{\text{в.д}}(t) = 0$ . Тогда система (3.17) принимает вид:

$$\left. \begin{aligned}
& c \Phi_{\delta} \Delta \Omega(s) + R_{\Sigma} (T_3 s + 1) \Delta I_{\text{я.ц}}(s) = \Delta U_{\text{д}}(s); \\
& T_{\text{м}} s \Delta \Omega(s) - \frac{R_{\Sigma}}{c \Phi_{\delta}} \Delta I_{\text{я.ц}}(s) = - \frac{R_{\Sigma}}{(c \Phi_{\delta})^2} \Delta M_{\text{с}}(s)
\end{aligned} \right\} .$$

Преобразуем эту систему к виду:

$$\left. \begin{aligned}
& \Delta I_{\text{я.ц}}(s) = \frac{1/R_{\Sigma}}{T_3 s + 1} (\Delta U_{\text{д}}(s) - c \cdot \Phi_{\delta} \cdot \Delta \Omega(s)); \\
& \Delta \Omega(s) = \frac{R_{\Sigma}/(c \cdot \Phi_{\delta})}{T_{\text{м}} \cdot s} \left( \Delta I_{\text{я.ц}}(s) - \frac{1}{c \cdot \Phi_{\delta}} \Delta M_{\text{с}}(s) \right)
\end{aligned} \right\} . \quad (3.18)$$

Структурная схема, соответствующая (3.18), показана на рис. 3.5. Здесь  $\Delta i_{\text{ст}}$  - отклонение расчетного тока статической нагрузки.

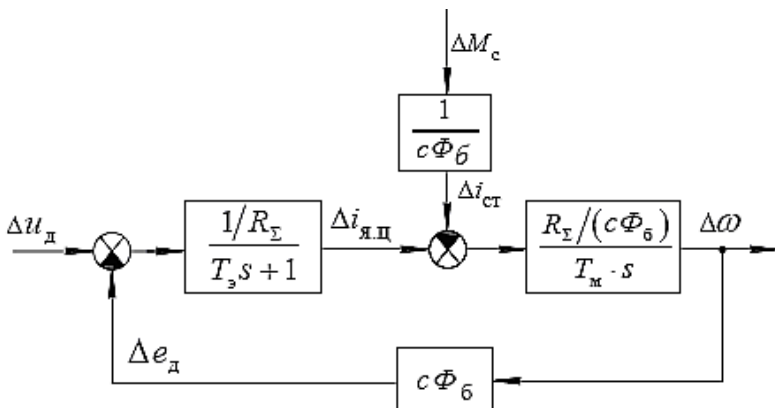


Рис. 3.5 - Структурная схема ДПТ с независимым возбуждением при управлении по цепи якоря<sup>\*)</sup>

Из структурной схемы следует, что двигатель является астатической системой с астатизмом первого порядка по задающему и статической системой по возмущающему воздействию, так как интегрирующее звено находится после точки приложения возмущения.

Воспользовавшись рис. 3.5, получим передаточные функции ДПТ по задающему  $W_{\omega u}(s)$  и возмущающему  $W_{\omega M}(s)$  воздействиям:

$$W_{\omega u}(s) = \frac{\Delta \Omega_u(s)}{\Delta U_d(s)} = \frac{k_{д.у}}{T_я T_м s^2 + T_м s + 1};$$

$$W_{\omega M}(s) = \frac{\Delta \Omega_M(s)}{\Delta M_c(s)} = - \frac{k_{д.м} (T_я s + 1)}{T_я T_м s^2 + T_м s + 1}.$$

где:  $k_{д.у} = \frac{1}{c \cdot \Phi_б}$  и  $k_{д.м} = \frac{R_{я.д}}{(c \cdot \Phi_б)^2}$  - передаточные коэффициенты ДПТ по напряжению питания и моменту сопротивления, соответственно;  $\Delta \Omega_u(s) + \Delta \Omega_M(s) = \Delta \Omega(s)$ .

<sup>\*)</sup> Заметим, что при постоянстве потока возбуждения приведенная структурная схема при  $\Phi(t) = \Phi_б = const$  соответствует самим физическим переменным.

Тогда структурную схему на рис. можно представить в виде, приведенном на рис. 3.6.

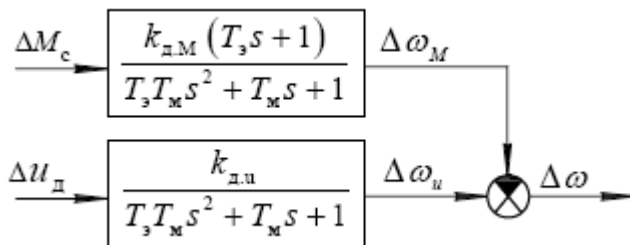


Рис. 3.6 - Эквивалентная структурная схема ДПТ с независимым возбуждением при управлении по цепи якоря

Дифференциальное уравнение, соответствующее схеме на рис. 3.6, имеет вид:

$$T_э T_м \frac{d^2 \Delta \omega}{dt^2} + T_м \frac{d \Delta \omega}{dt} + \omega = k_{д.у} \Delta u_д - k_{д.м} \left( T_э \frac{d \Delta M_c}{dt} + \Delta M_c \right). \quad (3.19)$$

**Математическая модель генератора постоянного тока.** Модель генератора  $G$  составим по каналу:  $u_{в.г}(t)$  - вход;  $u_д(t)$  - выход.

Физику процессов в генераторе на основе данных литературных источников можно описать следующей системой уравнений:

- уравнением электрического равновесия для цепи возбуждения

$$u_{в.г}(t) = R_{в.г} i_{в.г}(t) + L_{в.г} \frac{di_{в.г}(t)}{dt}; \quad (3.20)$$

- уравнением электрического равновесия генератора

$$e_г(t) = u_д(t) + R_{я.г} i_{я.г}(t) + L_{я.г} \frac{di_{я.г}(t)}{dt}; \quad (3.21)$$

Здесь:  $R_{в.г}$ ,  $R_{я.г}$  - активные сопротивления обмоток возбуждения и якоря;  $L_{в.г}$ ,  $L_{я.г}$  - индуктивные сопротивления обмоток возбуждения и якоря;  $e_г(t)$  - ЭДС генератора.

ЭДС  $e_г(t)$  по аналогии с (3.4) определяется соотношением:

$$e_г(t) = c_г \cdot \omega_г \cdot \Phi_г(t), \quad (3.22)$$

где  $c_r = pN / (2\pi a)$  - машинная постоянная генератора.

Тогда систему уравнений (3.20)-(3.21) можно решить численным методом путем набора следующей структурной схемы в **Simulink** (см. рис. 3.7).

Здесь:  $w_r$  - число витков на один полюс обмотки возбуждения;  
 $F_{в.г} = w_r \cdot i_{в.г}$  - магнитодвижущая сила:  $\Phi_r = f(F_{в.г})$  - кривая намагничивания.

Таким образом генератор представляет собой сложную систему, имеющую три входа - задающие  $u_{в.г}(t)$  и  $\omega_r$ , а также возмущающее  $i_{я.ц}(t)$  воздействия.

Произведем линеаризацию имеющейся кривой намагничивания  $\Phi_r(t) = f[i_{в.г}(t)]$  в окрестностях базовых значений переменных,  $i_{б.б}$  и  $\Phi_{б}$ , получим:

$$\Delta \Phi_r(t) = k_{в.г} \Delta i_{в.г}(t), \quad (3.23)$$

где  $k_{в.г} = \left. \frac{\partial \Phi_r}{\partial i_{в.г}} \right|_{б}$ .

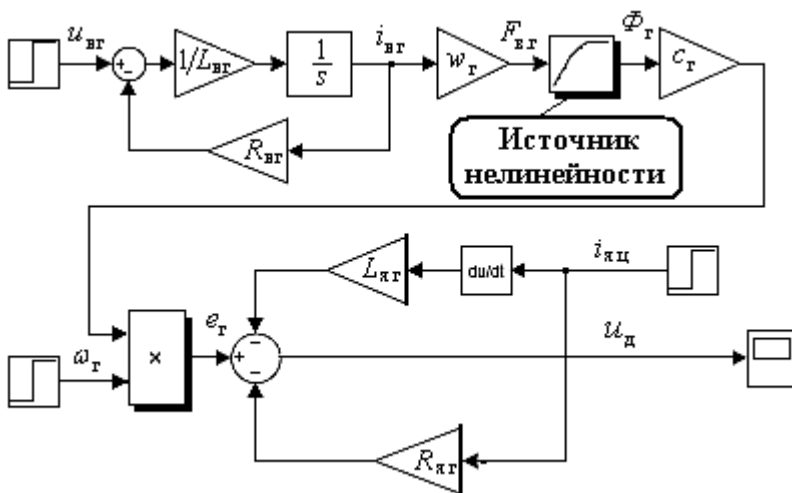


Рис. 3.7 - Блок-схема генератора с учетом имеющихся нелинейностей

Примем допущения:

-  $R_{я.г} \approx 0$  и  $L_{я.г} \approx 0$ , т.е.  $e_{г}(t) \approx u_{д}(t)$  или в отклонениях  $\Delta e_{г}(t) \approx \Delta u_{д}(t)$  (пренебрежем потерями напряжения в якорной обмотке генератора);

-  $\omega_{г}(t) = \omega_{г.б} = const$ .

Тогда, подставив (3.23) в (3.22), записанное в отклонениях, после преобразований получим

$$\Delta i_{в.г}(t) = \frac{1}{c_{г} \cdot k_{в.г} \cdot \omega_{г}} \Delta e_{г}(t). \quad (3.24)$$

Далее подставив (3.24) в (3.20), тоже записанное в отклонениях, и учтя, что  $e_{г}(t) \approx u_{д}(t)$ , окончательно получим следующее дифференциальное уравнение:

$$T_{г} \frac{d\Delta u_{д}}{dt} + \Delta u_{д} = k_{г} \Delta u_{в.г}, \quad (3.25)$$

где:  $T_{г} = \frac{L_{в.г}}{R_{в.г}}$  - постоянная времени генератора;  $k_{г} = \frac{c_{г} \cdot k_{в.г} \cdot \omega_{г}}{R_{в.г}}$  - передаточный коэффициент генератора.

Тогда передаточная функция генератора принимает вид:

$$W_{г}(s) = \frac{\Delta U_{д}(s)}{\Delta U_{в.г}(s)} = \frac{k_{г}}{T_{г}s + 1}. \quad (3.26)$$

Структурная схема генератора имеет вид, приведенный на рис. 3.8.

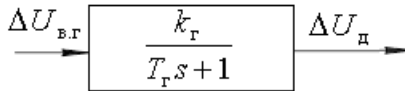


Рис. 3.8 - Эквивалентная структурная схема генератора постоянного тока

**Математическая модель тахогенератора.** Тахогенератор представляет собой обычный генератор небольшой мощности с высокой степенью линейности изменения выходного напряжения в функции частоты вращения своего вала.

Уравнение тахогенератора по каналу  $\omega$  - вход,  $u_{oc}$  - выход, имеет такой же вид, что и силовой генератор (3.25). Однако, значение его постоянной времени существенно меньше, что позволяет его пренебречь. Тогда имеем:

$$u_{oc} = k_{тг} \omega, \quad (3.27)$$

где  $k_{тг}$  - передаточный коэффициент.

Или в отклонениях:

$$\Delta u_{oc} = k_{тг} \Delta \omega. \quad (3.28)$$

### Математическая модель полупроводникового усилителя.

Уравнение полупроводникового усилителя по каналу  $\Delta u$  - вход,  $u_{в.г}$  - выход можно записать в виде:

$$u_{в.г} = k_{пу} \Delta u, \quad (3.29)$$

где  $k_{пу}$  - передаточный коэффициент.

В отклонениях это уравнение имеет похожий вид:

$$\Delta u_{в.г} = k_{пу} \Delta u. \quad (3.30)$$

Уравнение замыкания контура в отклонениях в нашем случае записывается как:

$$\Delta u = \Delta u_3 - \Delta u_{oc}. \quad (3.31)$$

Следующим этапом является составление математической модели всей САУ. С учетом вышеизложенного структурная схема этой модели имеет вид, приведенный на рис.3.9.

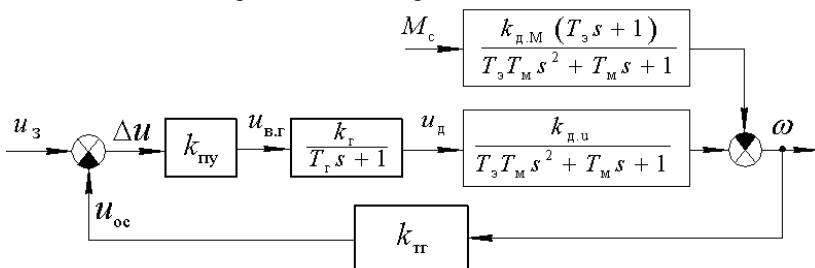


Рис. 3.9 - Структурная схема линейризованной САУ “генератор - двигатель”

Примем следующие значения параметров САУ:  $T_r = 0,2 \text{ с}$  - постоянная времени генератора;  $T_m = 0,041 \text{ с}$  и  $T_j = 0,035 \text{ с}$  - электромеханическая и электромагнитная постоянные времени двигателя;  $k_r = 1,21$  - передаточный коэффициент генератора;  $k_{д,у} = 0,69 \text{ 1/(сЧВ)}$  и  $k_{д,м} = 0,068 \text{ 1/(сЧНЧм)}$  - передаточные коэффициенты двигателя по напряжению и по моменту сопротивления;  $k_{пу} = 35$  - передаточный коэффициент полупроводникового усилителя;  $k_{тт} = 0,095 \text{ Вc}$  - передаточный коэффициент тахогенератора.

Перейдем к рассмотрению функций для моделирования линейных САУ средствами **Control System Toolbox**.

### 3.2. Функции формирование структуры модели САУ

Рассмотрим группу функций, которые предназначены для создания и преобразования математической модели САУ, а именно функции **tf**, функции структурирования и **minreal**.

**Функция tf.** Функция **tf** служит для ввода передаточных функций либо для преобразования математических моделей элементов в других формах в форму передаточной функции.

Функция имеет синтаксис:\*

**Имя передаточной функции = tf(числитель, знаменатель)**

**Имя передаточной функции = tf(k)**

Здесь: числитель и знаменатель – векторы-строки (для многомерных моделей - массивы) коэффициентов полиномов дробного выражения передаточной функции, расположенные по порядку убывания степени переменной  $s$ ;  $k$  – скаляр или матрица в случае наличия только числителя.

В качестве примера рассмотрим формирование передаточной функции электродвигателя по питающему напряжению.

---

\* При описании возможных вариантов синтаксиса функций здесь и далее приводятся только варианты, отобранные авторами. С остальными вариантами можно всегда ознакомиться, вызвав из **MATLAB** справку по данной функции.

Два варианта возможных равноценных файлов-сценариев представлены на рис. 3.10,а и 3.10б, а результирующая передаточная функция на рис. 3.10,в.

**Функции структурирования.** Функции этой группы служат для изменения структуры САУ в соответствии с формулами преобразования для последовательного, параллельного соединений звеньев, а также при охвате звена обратной связью. Сюда относятся функции сложения, вычитания и деления.

Рассмотрим получение передаточной функции САУ на рис. 3.9 по задающему воздействию

$$W_{\omega,u}(s) = \frac{W(s)}{U_3(s)} = \frac{W_{\text{пу}}(s)W_r(s)W_{\text{д,у}}(s)}{1 + W_{\text{пу}}(s)W_r(s)W_{\text{д,у}}(s)W_{\text{тр}}(s)}. \quad (3.32)$$

```
% Ввод значений параметров передаточной функции
Kdu=0.69;Te=0.035;Tm=0.041;
% Формирование передаточной функции
Wdu=tf(Kdu,[Te*Tm Tm 1])
```

а)

```
% Формирование передаточной функции
Wdu=tf(0.69,[ 0.035*0.041 0.041 1])
```

б)

```
Transfer function:
      0.6891
-----
0.001425 s^2 + 0.0407 s + 1
```

в)

Рис. 3.10 - Сценарии ввода передаточной функции электродвигателя постоянного тока



```

% Параметры электродвигателя постоянного тока
Kdu=0.69;Kdm=0.068;Te=0.035;Tm=0.041;
Wdu=tf(Kdu,[Te*Tm Tm 1])
% Параметры генератора
Kg=1.21;Tg=0.2;
Wg=tf(Kg,[Tg 1]);
% Параметры полупроводникового усилителя
Kpu=35;
Wpu=tf(Kpu);
% Параметры тахогенератора
Kbr=0.095;
Wbr=tf(Kbr);
% Определение передаточной функции САУ по заданию
Wsu= Wpu*Wg*Wdu/(1+Wpu*Wg*Wdu*Wbr)

```

а)

$$\frac{0,008297s^1 + 0,2785s^1 + 7,01s + 29,12}{8,117 \cdot 10^{-4}s^4 + 5,45 \cdot 10^{-4}s^3 + 0,0002286s^2 + 0,005962s^1 + 0,1035s^1 + 1,147s + 3,767}$$

б)

Рис. 3.11 - Сценарии вычисления передаточной функции САУ

Файл-сценарий формирования передаточных функций составных устройств и получения передаточной функции всей САУ с использованием функций сируктурирования представлен на рис. 3.11,а, а результирующая передаточная функция на рис. 3.11,б.

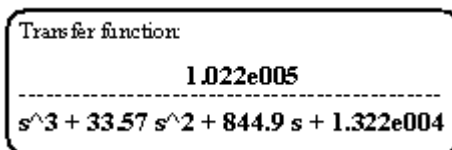
В соответствии с рис.3.11,а строки 1,4,7,10 и 13 содержат тексты вспомогательных комментариев, строки 2,5,8 и 11 – операторы ввода числовых значений параметров имеющихся устройств, строки 3,6,9 и 12 – операторы формирования передаточных функций устройств, строка 14 – определение передаточной функции системы  $W_{\omega,u}(s)$ .

**Функция minreal.** Функция **minreal** служит для представления передаточной функции в виде эквивалентной дроби с сокращенными общими сомножителями числителя и знаменателя (которые получают-ся после использования теоремы Безу отдельно к числителю и знаменателю) и с коэффициентом при старшей степени переменной  $s$  в знаменателе, равном 1.

Синтаксис функции:

Имя передаточной функции 1 = **minreal**(Имя передаточной функции).

На рис. 3.12 приведен результат применения функции **minreal** к передаточной функции САУ на рис. 3.11,б.



Transfer function:

$$\frac{1.022e005}{s^3 + 33.57 s^2 + 844.9 s + 1.322e004}$$

Рис. 3.12 - Пример использования функции **minreal**

### 3.3. Функции для работы с частотными характеристиками САУ

В эту группу входят функции для расчетов вопросов надежности САУ по их частотным характеристикам. Сюда можно отнести функции **bode**, **nyquist** и **margin**.

**Функция bode.** Функция **bode** служит для определения и построения графиков логарифмических амплитудно-частотной (ЛАЧХ) и фазо-частотной (ЛФЧХ) характеристик для одной или сразу нескольких передаточных функций на одном и том же рисунке.

Функция имеет синтаксис:

**bode**(Имя передаточной функции)

**bode**(Имя передаточной функции 1, Имя передаточной функции 2,..., Имя передаточной функции N).

На рис. 3.13 приведены ЛАЧХ (вверху) и ЛФЧХ (внизу) передаточной функции электродвигателя постоянного тока по задающему воздействию.

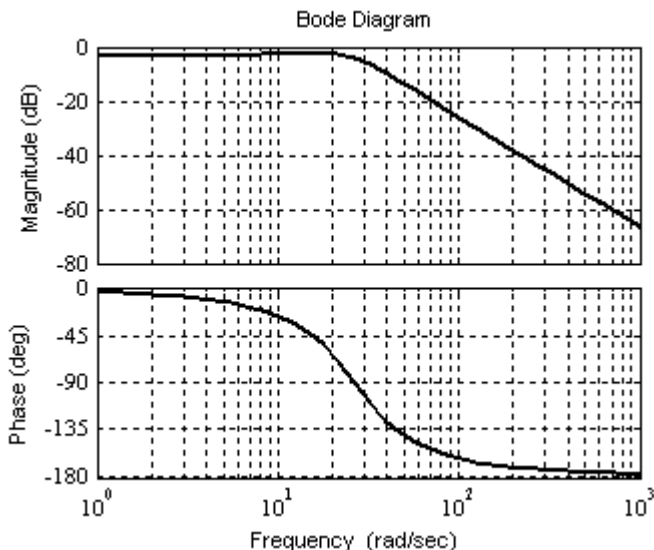


Рис. 3.13 - Результаты использования функции **bode**

**Функция nyquist.** Функция **nyquist** служит для определения и построения годографа Найквиста для одной или нескольких передаточных функций на одном и том же рисунке (графика **АФЧХ** системы) при изменении  $\Omega$  от 0 до  $\infty$  относительно точки с координатами  $(-1, j0)$ .

Функция имеет синтаксис:

**nyquist (Имя передаточной функции)**

**nyquist (Имя передаточной функции 1, Имя передаточной функции 2,..., Имя передаточной функции N)**

Годограф Найквиста позволяет исследовать устойчивость замкнутой системы по АФЧХ ее разомкнутого контура.

На рис. 3.14 приведен годограф Найквиста САУ “генератор - двигатель” на рис. 3.9, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии определяется формулой

$$W_{\text{рк}}(s) = W_{\text{пу}}(s) \Psi_{\text{г}}(s) \Psi_{\text{д,и}}(s) \Psi_{\text{тр}}(s) = \frac{2,767}{0,0002849s^3 + 0,009565s^2 + 0,2407s + 1} \quad (3.33)$$

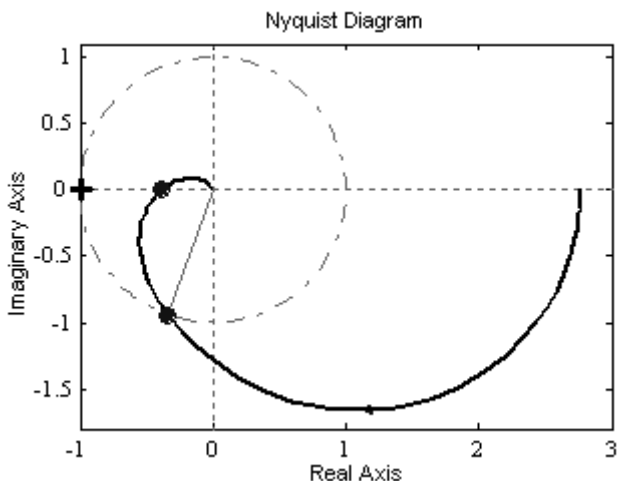


Рис. 3.14 - Результат использования функции **nyquist**

Стрелка на годографе указывает направление движения конца вектора при увеличении частоты  $\omega$ . Здесь же пунктирной линией изображен круг единичного радиуса.

Анализ взаимного расположения годографа и точки  $(-1, j0)$  свидетельствует о том, что в замкнутом состоянии рассматриваемая САУ является устойчивой.

**Функция margin.** Функция **margin** служит для определения и построения графиков логарифмических амplitудо-частотной (ЛАЧХ) и фазо-частотной (ЛФЧХ) характеристик передаточной функции разомкнутого контура САУ с указанием запасов устойчивости по амплитуде  $l = Gm$  и фазе  $Dj = Pm$  в замкнутом состоянии, а также частот пересечения характеристик с соответствующими критическими уровнями.

Функция имеет синтаксис:

**margin (Имя передаточной функции)**

На рис. 3.15 приведены запасы устойчивости для САУ с передаточной функцией разомкнутого контура (3.33) -  $Gm = 8,17$  дБ при  $\omega = 29,1$  с<sup>-1</sup> и  $Pm = 70,3^\circ$  при  $\omega = 14,2$  с<sup>-1</sup>. Рассчитанные значения

свидетельствуют о достаточно высокой устойчивости системы в замкнутом состоянии.

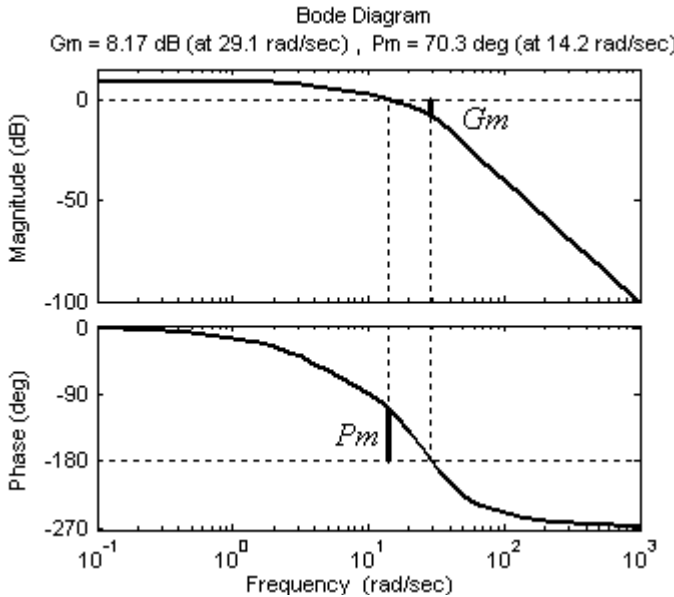


Рис. 3.15 - Результаты использования функции **margin**

### 3.4. Функции расчета и построения временных характеристик

В эту группу входят функции для получения реакций САУ на определенные входные воздействия. Сюда можно отнести функции **step**, **impulse** и **lsim**.

**Функция step.** Функция **step** служит для определения и построения графика переходной характеристики  $h(t)$  для одной или нескольких передаточных функций на одном и том же рисунке.

Функция имеет синтаксис:

**Step** (Имя передаточной функции)

**step** (Имя передаточной функции 1, Имя передаточной функции 2,..., Имя передаточной функции N).

На рис. 3.16 приведена характеристика  $h(t)$  САУ, имеющей передаточную функцию по задающему воздействию, изображенную на рис. 3.12.

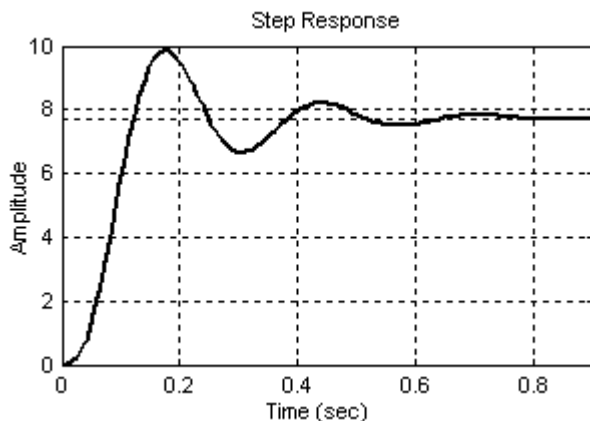


Рис. 3.16 - Результат использования функции **step**

**Функция `impulse`.** Функция **`Impulse`** служит для определения и построения графика импульсной переходной характеристики  $w(t)$  для одной или нескольких передаточных функций на одном и том же рисунке.

Функция имеет синтаксис:

**`impulse(Имя передаточной функции)`**  
**`impulse(Имя передаточной функции 1, Имя передаточной функции 2,..., Имя передаточной функции N).`**

На рис. 3.17 приведена характеристика  $w(t)$  САУ, имеющей передаточную функцию по задающему воздействию, изображенную на рис. 3.12.

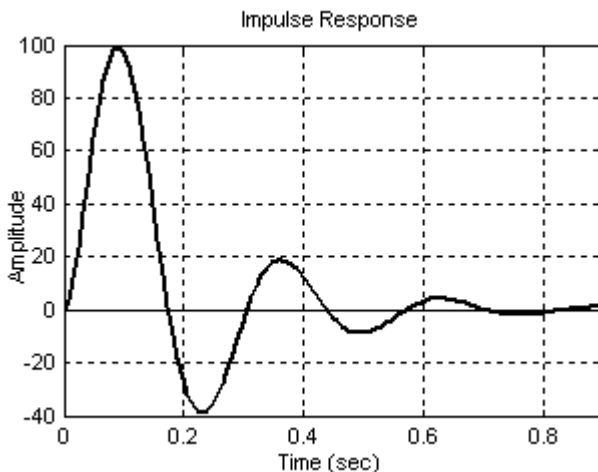


Рис. 3.17 - Результат использования функции **impulse**

**Функция lsim.** Функция **lsim** служит для определения и построения графика реакции одной или нескольких систем на одном и том же рисунке на входной сигнал произвольного вида.

Функция имеет синтаксис:

**lsim(Имя передаточной функции,u,t)**

**lsim(Имя передаточной функции 1, Имя передаточной функции 2,..., Имя передаточной функции N,u,t)**

Дополним файл-сценарий фрагментом следующего вида:

```
t=0:0.0001:1.5;
u=4*sin(15*t+12.5);
lsim (Wsu,u,t)
```

После вызова этого файла на выполнение MATLAB сформирует реакцию (сплошная линия) САУ “генератор - двигатель” при изменении задающего воздействия по гармоническому закону  $u_3(t) = 4 \sin(15t + 12,5)$  (пунктирная линия), приведенные на рис. 3.18.

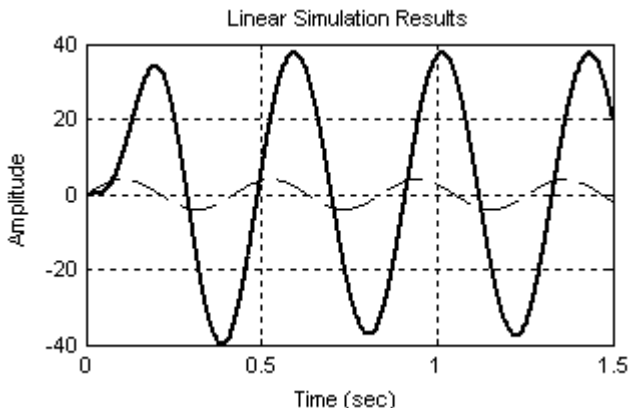


Рис. 3.18 - Результат использования функции **lsim**

### 3.5. Функции определения полюсов и нулей передаточных функций

В эту группу входят функции для получения значений корней числителей и знаменателей передаточных функций. Сюда можно отнести функции **pole**, **zero** и **pzmap**.

**Функция pole.** Функция **pole** служит для определения корней характеристического уравнения САУ (полюсов передаточной функции).

Функция имеет синтаксис:

**p = pole(Имя передаточной функции)**

Итогом применения функции для передаточной функции САУ “генератор - двигатель” по задающему воздействию является формирование вектора **p**

**p =**  
**-5.6441 +23.6952i**  
**-5.6441 -23.6952i**  
**-22.2832**

Таким образом, характеристическое уравнение САУ имеет три корня: два  $p_{1,2} = -5,6441 \pm i23,6952$  – комплексно-сопряженные и один  $p_{1,2} = -22,2832$  вещественный, отрицательный



**Функция zero.** Функция **zero** служит для определения корней уравнения, получаемого путем приравнивания нулю числителя передаточной функции САУ (нулей)

Функция имеет синтаксис:

**$z = \text{zero}(\text{Имя передаточной функции})$**

Итогом применения функции для передаточной функции САУ “генератор - двигатель” по задающему воздействию является формирование вектора  **$z$**

**$z =$**

**Empty matrix: 0-by-1.**

Таким образом, данная САУ нулей не имеет.

**Функция pzmap.** Функция **pzmap** служит для определения и построения на комплексной плоскости нулей и полюсов передаточной функции САУ.

Функция имеет синтаксис:

**$\text{pzmap}(\text{Имя передаточной функции})$**

**$\text{pzmap}(\text{Имя передаточной функции } 1, \text{Имя передаточной функции } 2, \dots, \text{Имя передаточной функции } N)$**

Итогом применения функции к  $W_{\omega, u}$  САУ “генератор - двигатель” является формирование карты (рис. 3.19) расположения трех полюсов (обозначены крестиками) и нулей (в данном случае они отсутствуют). Здесь же можно вывести числовое значение каждого полюса (Pole), а также для двух комплексно-сопряженных полюсов - значения коэффициента демпфирования  $\xi$  (Damping) и перерегулирования  $\sigma$  (Overshoot), которые им соответствуют в случае отсутствия всех остальных полюсов. Кроме этого, для комплексно-сопряженных корней можно получить также значение частоты (Frequency), при которой соответствующая АФЧХ пересекает мнимую ось. Для вещественного корня  $\xi = 1$ ,  $\sigma = 0$ , а значение Frequency соответствует частоте, при которой мнимая составляющая соответствующей АФЧХ имеет наименьшее значение.

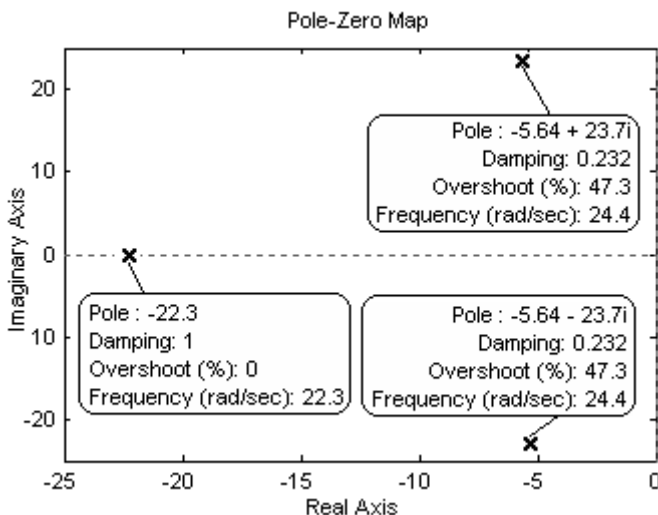


Рис. 3.19 - Результат использования функции **pzmap**

### 3.6. Функция визуализации характеристик САУ **Itiview**

Функция **Itiview** служит для вызова на экран монитора интерактивного графического интерфейса, посредством которого можно просмотреть основные характеристики отдельных блоков либо САУ в целом.

Функция имеет синтаксис:

#### **Itiview**

Выполнение рассматриваемой функции приводит к появлению окна графический интерфейс, представленного на рис. 3.20.

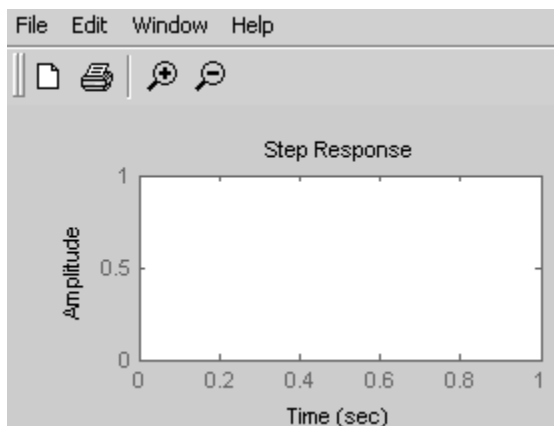


Рис. 3.20 - Первичное окно функции **Itview**

Для выбора исследуемой передаточной функции в меню рис. 3.20 выбирается команда **File - Import**. В результате открывается диалоговое окно загрузки моделей из **Workspace** либо **MAT file** (рис. 3.21).

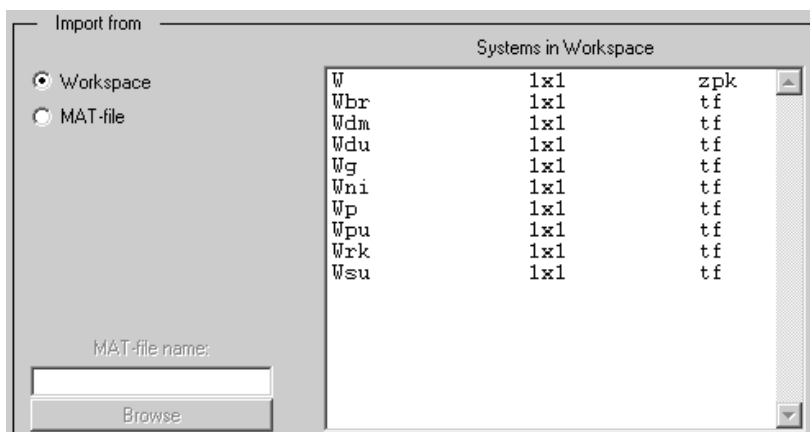


Рис. 3.21 - Окно выбора передаточной функции **Itview**

Количество и состав выводимых характеристик определяется в меню **Edit – Plot Configurations** (рис.3.22 ).

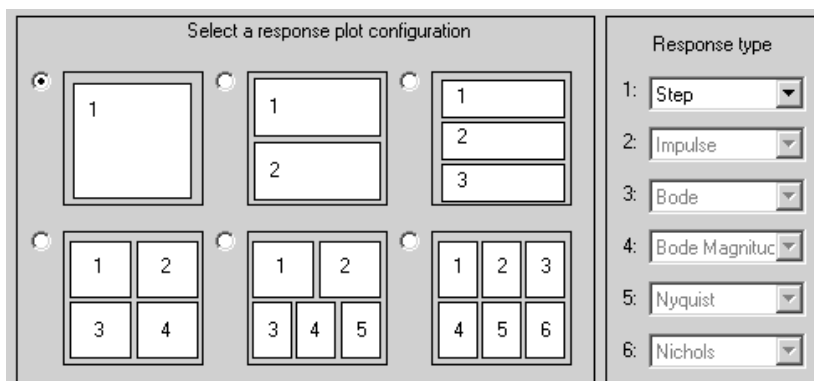


Рис. 3.22 - Окно выбора вида характеристик **Itiview**

На рис. 3.23 приведен пример использования функции **Itiview** для передаточной функции  $W_{\omega,u}$  САУ “генератор - двигатель” по задающему воздействию.

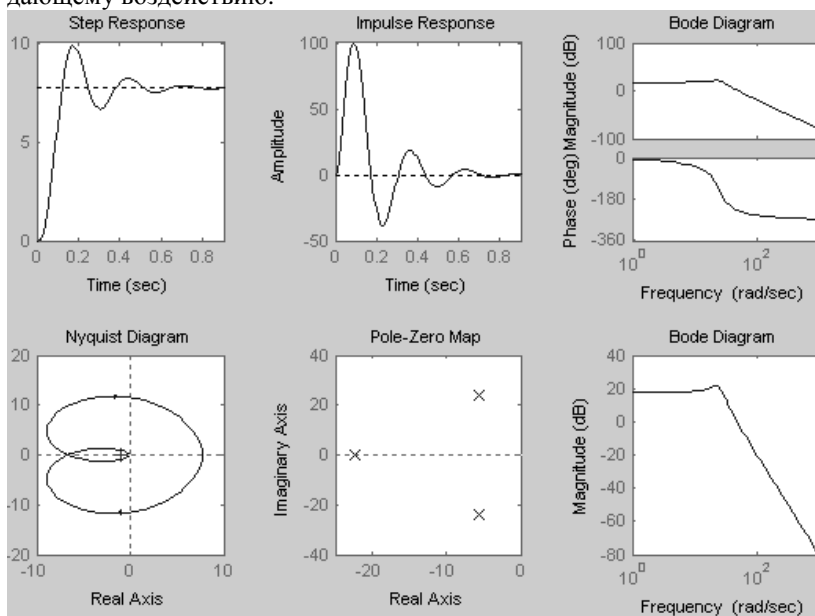


Рис. 3.23 - Окончательный вид характеристик **Itiview**

Одновременно на экран можно вывести от 1 до 6 различных характеристик в любой последовательности.

### 3.7. Функция **sisotool**

Функция **sisotool** служит для графического синтеза регулятора САУ методом корневого годографа.

Функция имеет синтаксис:

**sisotool**

Выполнение функции **sisotool** приводит к появлению окна графического интерфейса, представленного на рис. 3.24.

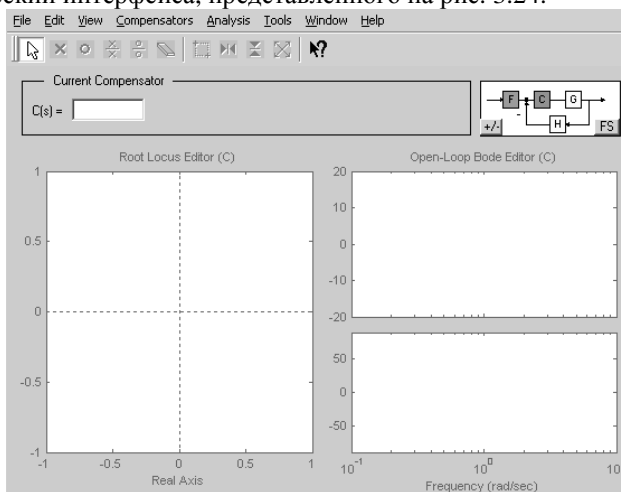


Рис. 3.24 - Первичное окно функции **sisotool**

Первым этапом синтеза регулятора является определение его местоположения. Переключатель возможных конфигураций **FS** размещен в верхнем правом углу. Здесь же есть переключатель типа обратной связи  $+/-$ . На рис. 3.25 представлены 4 возможные структуры.

Здесь:  $G$  - передаточная функция неизменяемой части САУ в прямой цепи;  $H$  - передаточная функция неизменяемой части САУ в цепи обратной связи;  $F$  - задающее устройство;  $C$  - регулятор.

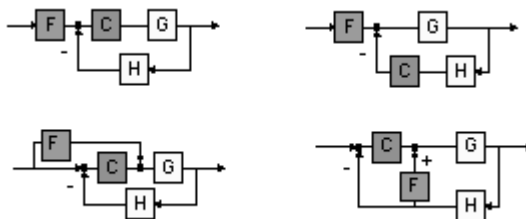


Рис. 3.25 - Возможные варианты включения регулятора

Затем в меню рис. 3.24 выбирается команда **File - Import**. В результате открывается диалоговое окно загрузки моделей элементов САУ из **Workspace**, **MAT file** либо **Simulink** (рис. 3.26).

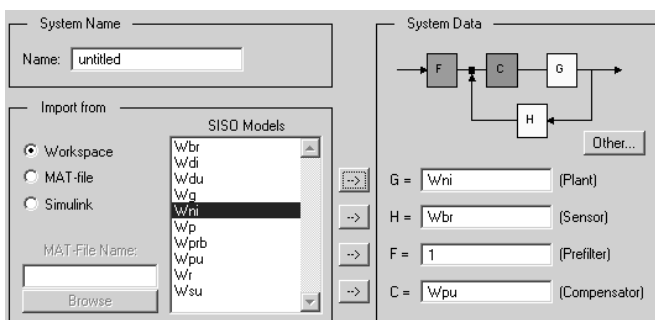


Рис. 3.26 - Окно выбора элементов САУ

Для САУ “генератор - двигатель” устанавливаем:  
 $G = W_{ni} = W_{\Gamma} W_{ou}$ ;  $H = W_{BR} = W_{тг}$ ;  $C = W_{pu} = W_{пг}$ ;  $F = 1$ .

Зададим теперь какое-либо имя создаваемой системе, например **SAU** (в поле **Name**) и подтвердим указанные действия нажатием кнопки **ОК**. Окно загрузки модели при этом закроется, а графическое окно интерфейса приобретет вид, показанный на рис. 3.27.

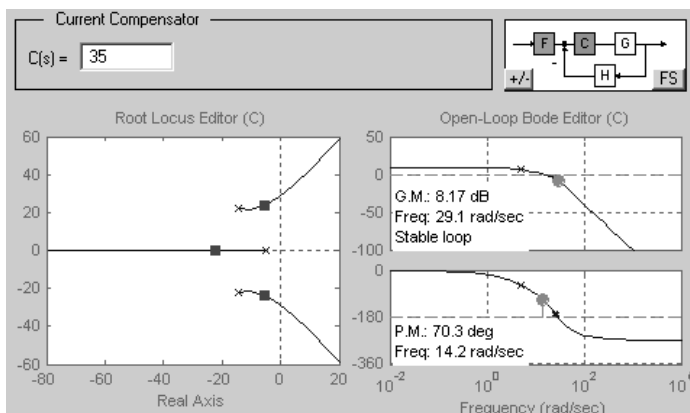


Рис. 3.27 - Окно характеристик проектируемой САУ

В левой части окна выводится годограф замкнутой системы, отображающий полюса (квадратами), нули (кругами) и линии их перемещения при изменении коэффициента передачи корректирующего устройства от минимального начального значения до  $\Gamma$ . Ветви корневого годографа начинаются при  $k_{ny} = 0$  в полюсах передаточной функции разомкнутого контура САУ.

В правой части выводятся логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура. Дело в том, что только по виду корневого годографа трудно судить о качестве проектируемой системы. Диаграмма Боде позволяет сразу контролировать запасы устойчивости по амплитуде и фазе.

Качество САУ удобно постоянно контролировать также по переходной характеристике замкнутой системы, воспользовавшись пунктом меню **Analysis – Response to Step Command**. В качестве примера подберем значение коэффициента передачи  $k_{ny}$ , при котором переходный процесс в системе становится аperiodическим. В результате перемещения положения корней в нашем случае значение параметра  $k_{ny}$  составило  $k_{ny} = 12,1$ . Соответствующие кривые изменения сигналов на выходе всей САУ и выходе корректирующего устройства (полупроводниковом усилителе) представлены на рис. 3.28.

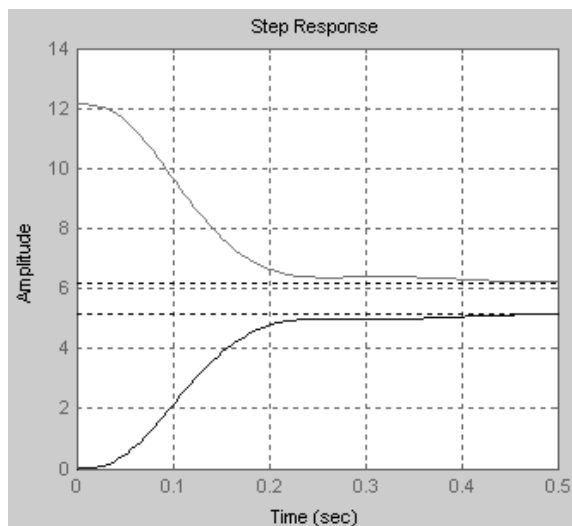


Рис. 3.28 - Результирующие динамические характеристики скорректированной САУ

Сравнение полученного графика переходного процесса с аналогичным графиком на рис.3.16 свидетельствует об успешном достижении требуемой цели.

Если же рассмотренный подход не приводит к положительному результату интерфейс на рис. 3.27 позволяет усложнить передаточную функцию регулятора путем добавления на имеющийся годограф дополнительных нулей и полюсов, что приводит к выводу на экран нового годографа в функции изменения коэффициента передачи регулятора. Таким образом можно проверить возможности практически любых законов управления, в том числе П, ПИ, ПИД законов.

Заметим, что существенным недостатком метода корневых годографов является то, что проектировщику трудно судить, насколько близкое достигнутое качество системы соответствует лучшему из возможных. Также не существует удобных правил для проектирования хороших корректирующих звеньев высокого порядка. Еще одним недостатком является трудность учета степени подавления возмущений на низких частотах. Наконец, качество работы системы в нелинейном режиме трудно определить из корневых годографов (в отличие от диаграммы Бode).







## Часть 4. ОПИСАНИЕ БЛОКОВ SIMULINK

Описание блоков библиотек **Simulink**, которые могут применяться при расчетах линейных САУ, по аналогии с предыдущим разделом, будем рассматривать на конкретном примере моделирования САУ “генератор - двигатель”, приведенной на рис.3.1.

### 4.1. Библиотека Continuous

Эта библиотека насчитывает семь блоков. Для целей имитационного моделирования линейных САУ достаточно ограничиться блоками, список которых приведен в таблице 4.1

Таблица 4.1 - Блоки библиотеки Continuous

Наименование	Назначение	Пиктограмма
<b>Transfer Fcn</b>	Формирование передаточной функции произвольного вида	
<b>Integrator</b>	Интегрирование входного сигнала	
<b>Derivative</b>	Дифференцирование входного сигнала	
<b>Transport Delay</b>	Формирование задержки сигнала	

Рассмотрим особенности использования этих блоков.

**Transfer Fcn.** Блок **Transfer Fcn** обеспечивает формирование передаточной функции элемента САУ  $W(s)$  в виде отношения двух полиномов:

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + K + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + K + a_n}$$

Блок имеет 3 параметра настройки: **Numerator** – вектор коэффициентов числителя  $b_0, b_1, \dots, K, b_m$ ; **Denominator** – вектор коэффициентов знаменателя  $a_0, a_1, \dots, K, a_n$ ; **Absolute tolerance** – абсолютная допустимая погрешность вычисления значений выходного сигнала, ко-

торая по умолчанию равняется аналогичной величине, заданной для моделирования всей системы в целом.

На рис. 4.1. приведен пример использования блока на примере передаточной функции генератора.

Рис. 4.1 - Окно настройки блока **Transfer Fcn**

**Integrator.** Блок **Integrator** обеспечивает формирование на выходе сигнала  $y(t)$ , который представляет собой определенный интеграл от входного сигнала  $x(t)$ :

$$y(t) = \int_{t_0}^t x(t)dt + y_0,$$

где  $y_0$  - начальное значение, т.е.  $y_0 = y(t_0)$ .

Блок имеет следующие параметры настройки (рис. 4.2):

**External reset** (внешний сброс) – задание свойства внешнего управляющего сигнала, обеспечивающего сброс сигнала  $y(t)$  до начального значения. Выбирается из списка:

- none** - сброса нет
- rising** - увеличение сигнала;
- falling** - уменьшение сигнала;
- either** - изменение сигнала;
- level** - уровень сигнала.

После выбора свойства управляющего сигнала на изображении блока появляется дополнительный управляющий вход, куда этот сигнал нужно завести.

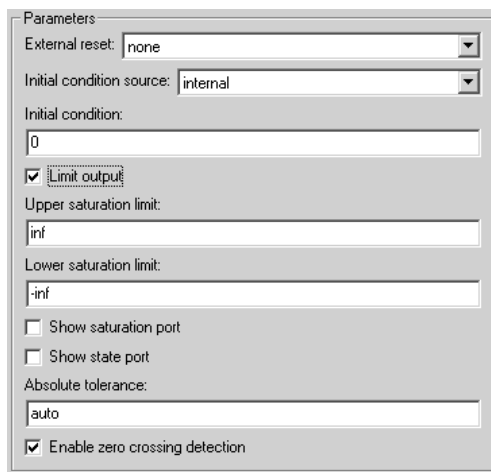


Рис. 4.2 - Окно настройки блока **Integrator**

**Initial condition** - источник начального значения сигнала  $y(t)$ . Может принимать значения: **internal** – внутренний; **external** - внешний. В последнем случае на изображении блока появляется дополнительный вход, обозначенный  $x_0$ , на который необходимо подать сигнал, задающий начальное значение выходного сигнала  $y(t)$ .

**Initial condition** - начальное условие. Установка начального значения выходного сигнала  $y_0$ . Параметр доступен, если выбран источник **internal**.

**Limit output** – диапазон возможного изменения выходного сигнала. Принимает одно из двух значений: **Upper saturation limit** – наибольшее значение выходного сигнала (в том числе и значение  $\text{inf}$ , т.е.  $+\infty$ ); **Lower saturation limit** - наименьшее значение выходного сигнала (в том числе и значение  $-\text{inf}$ , т.е.  $-\infty$ );

**Show saturation port** - показать порт насыщения. Формирует дополнительный выходной порт сигнала о состоянии интегратора. Этот сигнал может принимать следующие три значения: +1 (если сигнал  $y(t)$  достиг верхнего предела); -1 (если сигнал  $y(t)$  достиг нижнего предела); 0 (если  $y(t)$  находится внутри диапазона возможного изменения).

**Show state port** - показать порт состояния блока. Данный порт служит для вывода сигнала  $y(t)$ , получаемого при условии сброса выходного сигнала до начального состояния. Обычно он используется в случае, если выходной сигнал интегратора требуется подать в качестве сигнала обратной связи этого же интегратора, либо для организации взаимодействия с управляемой подсистемой.

**Absolute tolerance** - абсолютная допустимая погрешность вычисления.

Флажок **Enable zero crossing detection** включает режим контроля за прохождением сигнала через нулевой уровень.

**Derivative**. Блок **Derivative** обеспечивает формирование на выходе сигнала  $y(t)$ , который представляет собой производную от входного сигнала  $x(t)$ :

$$y(t) = \frac{dx}{dt}.$$

Начальные значения входного и выходного сигналов считаются нулевыми.

Параметров настройки блок не имеет.

**Transport Delay**. Блок **Transport Delay** обеспечивает задержку выходного сигнала  $y(t)$  по отношению ко входному сигнала  $x(t)$  на величину  $\tau$ , т.е.  $y(t) = x(t - \tau)$ .

Блок имеет следующие параметры настройки (рис. 4.3):

Parameters

Time delay:

Initial input:

Initial buffer size:

Pade order (for linearization):

☐ Direct feedthrough of input during linearization

Рис. 4.3 - Окно настройки блока **Transport Delay**

**Time Delay** - время задержки сигнала  $\tau$ .

**Initial input** - начальное значение сигнала  $y(t)$ .

**Initial buffer size** - начальный размер буфера памяти, выделяемой для хранения задержанного сигнала. Задается в байтах числом, кратным 8 (по умолчанию 1024). В том случае, если такого объема не хватит, Simulink автоматически выделяет дополнительную память.

**Pade order** (for linearization) - порядок ряда Паде, используемого при аппроксимации передаточной функции блока  $W(s) = e^{Ts}$ .

Флажок **Direct feedthrough of input during linearization** позволяет проигнорировать величину запаздывания при условии проведения аппроксимации рядом Паде.

## 4.2. Библиотека источников сигналов Sources

Блоки, входящие в эту библиотеку, предназначены для создания различных входных сигналов, которые воздействуют на САУ. Общей особенностью блоков **Sources** является то, что они не имеют входов, а генерируемый ими сигнал может быть снят с единственного выходного порта.

Для целей имитационного моделирования линейных САУ используются блоки этой библиотеки, приведенные в таблице 4.2.

Остальные блоки библиотеки **Sources** в нашем случае используются редко, поэтому ограничимся только их перечислением:

**Band-Limited White Noise** - генератор случайного сигнала типа «белого шума» в ограниченном диапазоне частот;

**Chirp Signal** - генератор гармонических колебаний постоянной амплитуды и линейно возрастающей переменной частоты;

**Clock** - генератор непрерывного временного сигнала;

**Constant** – генератор постоянного по уровню сигнала;

**Digital clock** - источник дискретного временного сигнала;

**From File** - ввод в S-модель данных, хранящихся в **m**-файле;

**From Workspace** - ввод в модель данных непосредственно из рабочей области MATLAB;

**Ground** - формирование сигнала нулевого уровня. Если какой-либо вход блока модели никуда не подсоединен, то при выполнении моделирования в командном окне системы **MATLAB** появляется предупреждающее сообщение. Для устранения этого на неподключенный вход блока можно подать сигнал с блока **Ground**;

**In1 (Inport)** – входной порт;

**Pulse Generator** - генератор импульсных сигналов;

**Random Number** - источник дискретного сигнала, амплитуда которого является случайной величиной, распределенной по нормальному закону;






**Repeating Sequence** - генератор пилообразного периодического сигнала;

**Signal Generator** - генератор типовых периодических сигналов;

**Signal Builder** – формирование кусочно-линейных сигналов произвольной формы;

**Uniform Random Number** - источник дискретного сигнала, амплитуда которого является равномерно распределенной случайной величиной.

Таблица 4.2 - Блоки библиотеки **Sources**

Наименование	Назначение	Пиктограмма
<b>Step</b>	Генератор ступенчатого сигнала	
<b>Sine Wave</b>	Генератор гармонических синусоидальных колебаний	
<b>Constant</b>	Генератор постоянного сигнала	
<b>Clock</b>	Генератор сигнала времени моделирования	
<b>Ramp</b>	Генератор линейно изменяющегося сигнала	

Рассмотрим особенности использования блоков, перечисленных в таблице 4.2.

**Step**. Блок **Step** обеспечивает формирование ступенчатого сигнала  $x(t)$  :

$$x(t) = \begin{cases} x_0 & \text{при } t < t_c; \\ a & \text{при } t \geq t_c. \end{cases},$$

где  $t_c$  - время появления скачка;  $a$  - величина скачка;  $x_0$  - начальное значение (задает значение сигнала  $x(t)$  при  $t < t_c$ ).

Блок имеет 4 параметра настройки (рис. 4.4): **Step time** -  $t_c$ ; **Initial value** -  $x_0$ ; **Final value** -  $a$ ; **Sample time** - интервал дискретизации модельного времени.

Рис. 4.4 - Окно настройки блока Step

Остановимся более подробно на последнем параметре. Он используется для получения дискретной выборки из непрерывного сигнала. Параметр может принимать следующие значения:

- **0** (по умолчанию) - используется при моделировании непрерывных систем;
- **> 0** (положительное значение) - задается при моделировании дискретных систем;
- **-1** - такт дискретности устанавливается таким же, как в блоке, откуда приходит сигнал в данный блок.

Так как данный параметр используется во многих блоках библиотеки **Simulink**, в дальнейшем он подробно рассматриваться не будет, однако надо помнить, что для корректной работы всей модели установку параметра для взаимосвязанных блоков необходимо согласовывать.

При помощи блока **Step** формируются:

- единичный ступенчатый сигнал  $1(t)$  ( $x_0=0$ ,  $t_c=0$ ,  $a=1$ );
- импульсный сигнал  $\delta(t)$  ( $t_c=1\text{Ч}0^{-10}$ ,  $x_0=1\text{Ч}0^{10}$ ,  $a=0$ ).

**Sine Wave**. Блок **Sine Wave** обеспечивает формирование гармонического сигнала  $x(t)$  :

$$x(t) = A_m \sin(\omega t + j_0) + x_0.$$

Здесь:  $A_m$  - амплитуда;  $\omega$  - частота,  $\text{rad}/\text{c}$ ;  $j_0$  - начальная фаза,  $\text{rad}$ ;  $x_0$  - постоянная составляющая.

Блок имеет 6 параметров настройки (рис. 4.5): **Sine type** – способ формирования сигнала (для непрерывных систем надо устанавливать значение **Time based**); **Amplitude** -  $A_m$ ; **Bias** -  $x_0$ ; **Frequency** -  $\omega$ ; **Phase** -  $j_0$ ; **Sample time** - интервал дискретизации.

Рис. 4.5 - Окно настройки блока **Sine Wave**

Флажок в окне **Interpret vector parameters as 1-D** обеспечивает интерпретацию вектора значений как массива скаляров.

**Constant**. Блок **Constant** обеспечивает формирование постоянного сигнала  $x(t)$  :

$$x(t) = x_0 = \text{const},$$

где  $x_0$  - величина сигнала.

Блок имеет только один параметр настройки (рис. 4.6) - **Constant value** – числовое значение  $x_0$ .



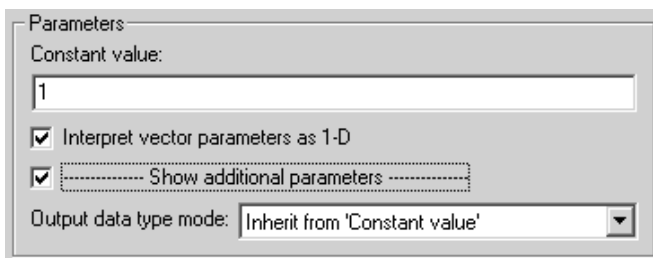


Рис. 4.6 - Окно настройки блока **Constant**

Флажок в окне **Interpret vector parameters as 1-D** обеспечивает интерпретацию вектора значений как массива скаляров, а флажок **Show additional parameters** – позволяет получить доступ к списку выбора типа выходных данных **Output data type mode**.

**Clock**. Блок **Clock** обеспечивает формирование сигнала времени моделирования. Блок имеет один параметр настройки (рис. 4.7) - **Decimation** - число тактов дискретности модели между изменением отображения значения времени на пиктограмме блока.



Рис. 4.7 - Окно настройки блока **Clock**

Флажок **Display time** разрешает режим отображения изменения времени.

**Ramp**. Блок **Ramp** обеспечивает формирование линейно изменяющегося сигнала  $x(t)$  :

$$x(t) = \begin{cases} a_0 & \text{при } t < t_c; \\ a_0 + a_1(t - t_c) & \text{при } t \geq t_c. \end{cases},$$

где  $t_c$  - время появления сигнала;  $a_0$  - начальное значение (задает значение сигнала  $x(t)$  при  $t < t_c$ );  $a_1$  - скорость изменения сигнала.

Блок имеет 3 параметра настройки (рис. 4.8): **Slope** -  $a_1$  ; **Start time** -  $t_c$  ; **Initial output** -  $a_0$  .

Parameters

Slope:

11

Start time:

0

Initial output:

0

☒ Interpret vector parameters as 1-D




Рис. 4.8 - Окно настройки блока **Ramp**

4.3. Библиотека фиксаторов сигналов **Sinks**

Блоки, входящие в эту библиотеку, предназначены для фиксации выходных сигналов блоков САУ.

Для целей имитационного моделирования линейных САУ можно использовать блоки, приведенные в таблице 4.3.

Таблица 4.3 - Блоки библиотеки **Sinks**

Наименование	Назначение	Пиктограмма
<b>Scope</b>	Графический фиксатор зависимостей сигналов в функции времени	
<b>Display</b>	Цифровой фиксатор значений сигнала	
<b>XY Graph</b>	Графический фиксатор зависимостей произвольных величин	

В отношении оставшихся блоков библиотеки **Sinks** ограничимся их перечислением.

Блок **Display** предназначен для вывода на экран численных значений сигналов модели.

Блок **Stop Simulation** позволяет прерывать моделирование при выполнении определенных условий. Блок срабатывает в том случае, если на его вход поступает ненулевой сигнал.

Блок **To File** обеспечивает запись данных, полученных в ходе моделирования в **m**-файл.

Блок **To Workspace** обеспечивает запись данных, полученных в ходе моделирования, в рабочую область.

Блок **Terminator** применяется как заглушка для выходного сигнала другого блока. Дело в том, что когда выход блока оказывается не подключенным ко входу другого блока, **Sitnulink** выдает соответствующее предупреждение в командном окне системы **MATLAB**

Блок **Outport** служит для создания выходного порта.

Рассмотрим особенности использования блоков, перечисленных в таблице 4.3.

**Scope**. Блок **Scope** служит для формирования графических зависимостей исследуемых сигналов в функции времени. Он позволяет наблюдать за изменениями сигналов в процессе моделирования в режиме реального времени в окне просмотра, напоминающем экран измерительного прибора.

Для открытия окна блока **Scope** необходимо произвести двойной щелчок левой клавишей мыши на пиктограмме блока. Это можно сделать на любом этапе (как до начала моделирования, так и после него).

По оси ординат шкалы измерений выводятся значения наблюдаемой величины, по оси абсцисс - значения модельного времени. По умолчанию для оси ординат используется диапазон  $[-5; 5]$ , а для оси модельного времени -  $[0; 10]$ . Размер и пропорции окна можно изменять произвольно, используя курсор мыши.

Одновременно в окне **Scope** может отображаться до 30 кривых (в случае векторной входной величины).

Для управления параметрами окна **Scope** в нем имеется панель, содержащая пиктограммы изменения масштабов двух осей графика индивидуально и пиктограмму автоматической установки оптимального масштаба осей.

Для изменения масштаба по выбранной оси координат необходимо:

- нажать соответствующую пиктограмму изменения масштаба;
- подвести курсор мыши к тому участку графика, который должен быть отображен в новом масштабе;

- нажать левую кнопку мыши (первое нажатие приводит к четырехкратному увеличению масштаба, каждое последующее дает увеличение масштаба в два раза).

При нажатии пиктограммы **Parameters** открывается окно содержащее две вкладки (рис. 4.9 и рис. 4.10).

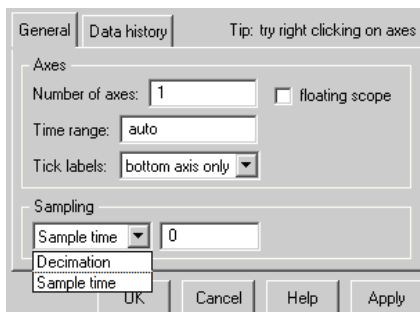


Рис. 4.9 - Вкладка **General** меню **Parameters** окна настроек блока **Scope**

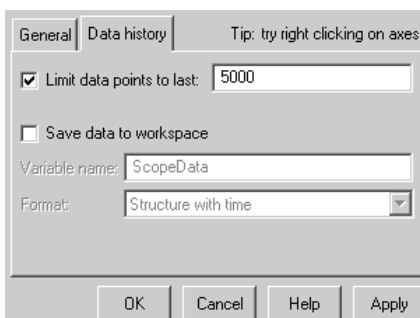


Рис. 4.10 - Вкладка **Data history** меню **Parameters** окна настроек блока **Scope**

На вкладке **General** можно задавать следующие параметры:

В области **Sampling** производится задание интервалов дискретности вывода отображаемых сигналов и модельного времени. Установка этих интервалов выполняется раздельно. Выбор производится с помощью выпадающего меню, содержащего два пункта:

**Decimation** - установка дискретности вывода сигналов;

**Sample time** - интервал дискретизации модельного времени.

Для ввода требуемых значений используется поле, расположенное справа от меню.

Параметр **Decimation** может принимать только целочисленные значения. По умолчанию **Decimation =1**, а параметр **Sample time =0**. Это означает, что значения наблюдаемого сигнала измеряются после каждого шага моделирования, а модельное время считается непрерывным. Если, например, **Decimation =5**, то значения сигнала будут определяться только через 5 шагов моделирования.

В области **Axes** имеются поля ввода количества входных портов **Scope - Number of axes**, диапазона времени отображения графика **Time range**, подменю вывода/скрытия осей и меток осей **Tick labels** и флажок **floating scope**.

В отношении оси времени необходимо иметь в виду следующее – если общее время моделирования **Simulation time** больше параметра **Time range**, то вывод графика производится последовательно накладываемыми друг на друга частями длиной, задаваемой параметром **Time range**.

Изменить диапазон вывода по вертикальной оси и добавить надпись рисунка можно, щелкнув правой кнопкой мыши на графике и выбрав из появившегося меню опцию **Axes properties** (рис.4.11).



Рис. 4.11 - Вкладка **Axes properties** блока **Scope**

Флажок **floating scope** предназначен для изменения способа использования блока **Scope** в блок-диаграмме. При установленном флажке **Scope** отображается как блок без входа и может быть использован для измерения любого имеющегося в системе сигнала.

На вкладке **Data history** задается максимальное число отображаемых расчетных точек графика **Limit data points to last** (при превышении этого числа начальная часть графика обрезается). В случае, если флажок параметра **Limit data points to last** не установлен, **Simulink** автоматически изменяет значение этого параметра для отображения всех расчетных точек.

Кроме этого вкладка **Data history** позволяет сохранять значения сигналов в рабочей области **MATLAB** (флажок **Save data to workspace**)

Окно блока **Scope**, отображающее графики сигналов, имеет очень ограниченные возможности по изменению внешнего вида окна и графиков. Фактически можно изменять лишь масштаб отображения графиков, а опции изменения цвета линий или фона, толщины линий,

размера и типа шрифтов и т. п. недоступны. Для того чтобы расширить возможности управления изображением, следует выполнить следующие команды, используя командное окно системы **MATLAB**:

```
set(0,'ShowHiddenHandles','On')  
set(gcf,'menubar','figure')
```

В результате в окне блока **Scope** появится дополнительное меню, в котором командами **Edit/Figure Properties...**, **Edit/Axes Properties...** и **Edit/Current Object Properties...**, можно изменить внешний вид окна, осей и самих графиков в соответствии со своими требованиями.

**Display**. Блок **Display** служит для цифрового отображения значения сигнала. Этот блок имеет три параметра настройки (рис.4.12):

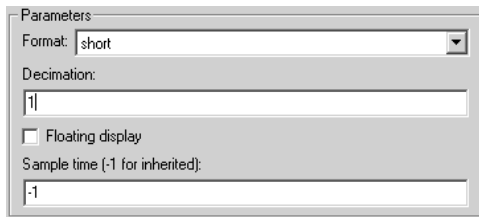


Рис. 4.12 - Окно настройки блока **Display**

**Format** - формат отображения данных, который может принимать следующие значения: **short** - 5 цифр, включая десятичную точку; **short\_e** - 5 цифр с плавающей точкой; **long** - 15 цифр с фиксированной точкой; **long\_e** - 15 цифр с плавающей точкой; **bank** - банковский формат.

**Decimation** – задание частоты отображения сигнала (при Decimation = 1 отображается каждое значение входного сигнала, при Decimation = 2 отображается каждое второе значение и т. д.

**Sample time**- интервал дискретизации модельного времени.

Флажок **Floating display** позволяет использовать блок для измерения любых сигналов моделируемой системы. Выбор сигнала для отображения выполняется щелчком левой клавиши мыши на соответствующей линии связи.

**XY Graph**. Блок **XY Graph** используется для графической фиксации зависимостей произвольных величин, фигурирующих в модели.

Блок имеет два входа, первый (верхний) из которых предназначен для ввода аргумента, второй (нижний) - для ввода значений функции этого аргумента.

Блок **XY Graph** имеет 5 параметров настройки (рис. 4.13), назначение которых не требует объяснений.

Parameters

x-min:

x-max:

y-min:

y-max:

Sample time:

Рис. 4.13 - Окно настроек блока **XY Graph**

Окно **XY Graph** открывается автоматически при запуске модели.

#### 4.4. Библиотека фиксаторов сигналов **Simulink Extras**

Для имитационного моделирования линейных САУ из этой библиотеки применяется блок **PID** имеющий пиктограмму



Блок **PID** служит для введения в структуру САУ линейных законов управления, которые могут быть описаны соотношением:

$$u(t) = k_{\text{пр}} Du(t) + k_{\text{инт}} \int_0^t Du(t)dt + k_{\text{диф}} \frac{dDu(t)}{dt}, \quad (1.87)$$

где  $Du(t)$  - сигнал ошибки;  $u(t)$  - сигнал управления на выходе регулятора;  $k_{\text{пр}}$ ,  $k_{\text{инт}}$ ,  $k_{\text{диф}}$  - параметры настроек пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей составляющих, соответственно.

Блок **PID** представляет собой более сложную подсистему, два возможных варианта которой представлены на рис. 4.14 .

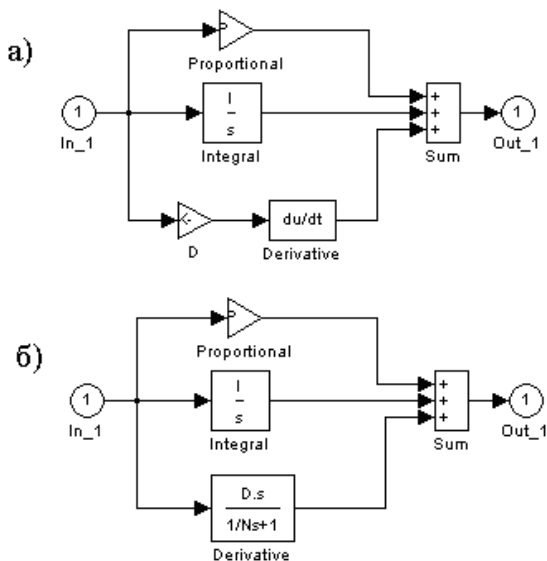


Рис. 4.14 - Альтернативные структуры блока **PID** с различными алгоритмами определения производной (**Derivate**)

Блок **PID** в зависимости от способа дифференцирования имеет 3 (рис. 4.15,а) , либо 4 (рис. 4.15, б).

а)

Parameters	
Proportional:	1
Integral:	1
Derivative:	0

б)

Parameters	
Proportional:	1
Integral:	1
Derivative:	0
Derivative divisor(N):	100

Рис. 4.15 - Окна настроек блока **PID**



Настройками блока являются три параметра: **Proportional** -  $k_{пр}$ , **Integral** -  $k_{инт}$ , **Derivate** -  $k_{диф}$ .


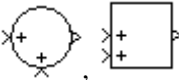

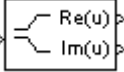



#### 4.5. Библиотека Math Operations

Для расчета САУ из этой библиотеки используются блоки, состав которых приведен в таблице 4.4.

**MinMax**. Блок **MinMax** служит для определения максимального или минимального значений из набора сигналов, поступающих на его входы.

Блок имеет 2 параметра настройки (рис. 4.16): **Function** – требуемое действие (**min** - минимальное значение; **max** - максимальное значение); **Number of input ports** - количество входных портов.

Таблица 4.4 - Блоки библиотеки **Math Operations**

Наименование	Назначение	Пиктограмма
<b>MinMax</b>	Определитель экстремального значения сигнала	
<b>Sum</b>	Операция алгебраического суммирования	
<b>Trigonometric Function</b>	Формирователь сигналов тригонометрических функций	
<b>Complex to Real-Image</b>	Вычислитель действительной и мнимой части комплексного числа	
<b>Gain</b>	Пропорциональное звено	
<b>Slider Gain</b>	Пропорциональное звено с плавным регулированием	
<b>Product</b>	Блок умножения и деления	

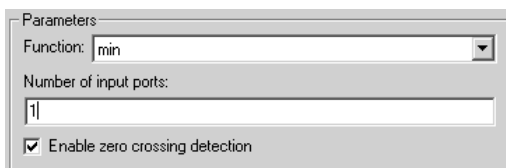


Рис. 4.16 - Окно настроек блока **MinMax**

Флажок **Enable zero crossing detection** устанавливает условие фиксации прохождения сигнала через нулевой уровень.

**Sum**. Блок **Sum** служит для проведения операции алгебраического суммирования нескольких сигналов.

Параметрами блока являются 4 параметра (рис. 4.17):

**Icon shape** – вид пиктограммы (**round** - круг; **rectangular** - прямоугольник).

**List of sign** - задание знаков сигналов (+ “плюс”, - “минус”, | “разделитель”).

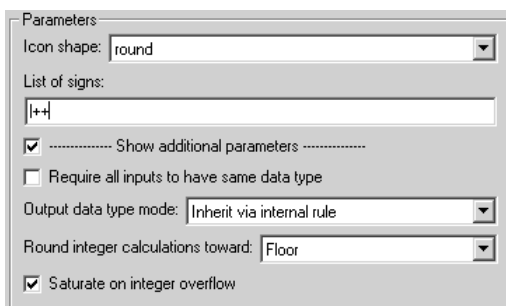


Рис. 4.17 - Окно настроек блока **Sum**

Флажок **Show additional parameters** служит для вывода на экран дополнительных параметров задания типа сигналов.

**Trigonometric Function**. Блок **Trigonometric Function** служит для формирования сигналов тригонометрических функций.

Параметрами блока являются 2 параметра (рис. 4.18): **Function** - вид функции, который выбирается из списка (**sin**, **cos**, **tan**, **asin**, **acos**, **atan**, **atan2**, **sinh**, **cosh**, **tanh**, **asinh**, **acosh**, **atanh**); **Output signal type** – задание типа выходного сигнала.



Рис. 4.18 - Окно настроек блока **Trigonometric Function**

**Complex to Real-Image**. Блок **Complex to Real-Image** служит для вычисления действительной и мнимой части комплексного числа.

Блок имеет единственный параметр настройки (рис. 4.19) **Output** – выбор типа выходного сигнала ( **Real** - действительная часть; **Image** - мнимая часть; **Real&Image** - действительная и мнимая часть).



Рис. 4.19 - Окно настроек блока **Complex to Real-Image**

**Gain**. Блок **Gain** служит для моделирования пропорционального звена:

$$y(t) = k \cdot x(t),$$

где  $k$  - передаточный коэффициент.

Блок имеет два параметра настройки (рис. 4.20): **Gain** -  $k$  ; **Multiplication** - способ выполнения операции.

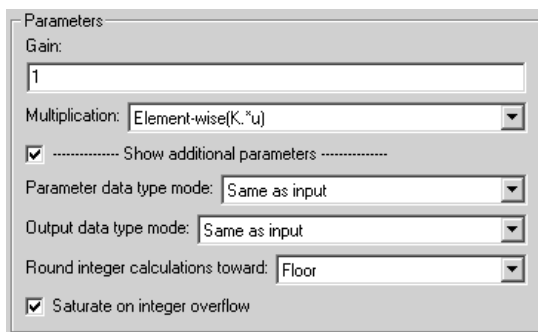


Рис. 4.20 - Окно настроек блока **Gain**

Флажок **Show additional parameters** позволяет получить доступ к дополнительным параметрам, которые определяют типы входного и выходного сигналов.

**Slider Gain**. Блок **Slider Gain** также служит для моделирования пропорционального звена, но при этом использует ползунковый регулятор.

Блок имеет три параметра настройки (рис. 4.21): **Low** - нижний предел изменения; **Gain** -  $k$ ; **High** - верхний предел изменения.

Parameters

Low  
0

Gain  
1

High  
2

Рис. 4.21 - Окно настроек блока **Slider Gain**

Для изменения коэффициента  $k$  блока необходимо передвинуть ползунок регулятора в соответствующую сторону.

**Product**. Блок **Product** служит для выполнения операций умножения и деления.

Блок имеет два параметра настройки:

**Number of inputs** – задание количества входов (целое число для операции умножения), либо тип действия (при наличии операции деления на какой-то вход);

**Multiplication** - способ выполнения операции (**Element-wise** – поэлементный, **Matrix** - матричный).

На рис. 4.22 приведен пример задания операции умножения по первому входу (знак  $*$ ) и его деления на сигнал второго входа(знак  $/$ ).

Parameters

Number of inputs:  
\*/

Multiplication: Element-wise(\*)

☐ Show additional parameters



Рис. 4.22 - Окно настроек блока **Product**

Установка флага **Show additional parameters** служит для получения доступа к заданию типа данных.

#### 4.6. Библиотека Nonlinear Control Design Blockset

Эта библиотека насчитывает всего три блока. Для целей имитационного моделирования линейных САУ используются два из них (см. таблицу 4.5)

Таблица 4.5 - Блоки библиотеки **Nonlinear Control Design Blockset**

Наименование	Назначение	Пиктограмма
<b>Continuous RMS</b>	Формирование стандартного среднеквадратического отклонения входного сигнала	
<b>NCD Output</b>	Выполнение параметрического синтеза	

Рассмотрим эти блоки более подробно.

**Continuous CRMS**. Блок **CRMS** служит для формирования стандартного среднеквадратического отклонения входного сигнала по формуле:

$$y(t) = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t x^2(t) dt} .$$

Блок **CRMS** представляет собой более сложную подсистему, представленную на рис. 4.23.

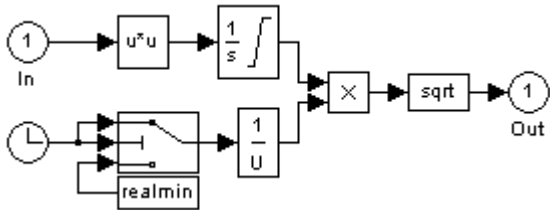


Рис. 4.23 - Структура блока **CRMS**

Более подробную информацию о каждом из блоков подсистемы можно узнать, воспользовавшись меню **Help**.

Собственных параметров настройки блок не имеет.

**CRMS** может применяться, в частности, в системах моделирования, где качество функционирования целесообразно оценивать интегральным квадратичным критерием. Для большей наглядности возможностей блока сформируем два варианта структурной схемы системы Г-Д с параметрами, определенными ранее, средствами **Simulink** (см. рис. 4.24 ).

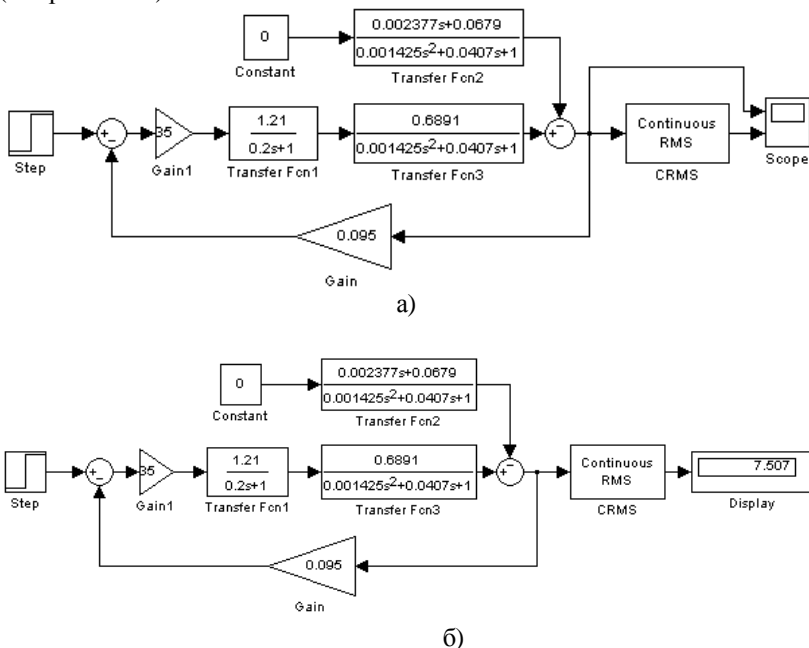


Рис. 4.24 - Блок-схема модели САУ Г-Д

Здесь: **Step** – формирователь единичного ступенчатого воздействия; **Gain 1** – пропорциональное звено, реализующее передаточную функцию полупроводникового усилителя  $W_{\text{п}} = 35$ ; **Transfer**

**Fcn 1** – передаточная функция генератора  $W_r(s) = \frac{1,21}{0,2s + 1}$ ; **Transfer**

**Fcn 2** и **Transfer Fcn 3** – передаточные функции электродвигателя по каналу момента сопротивления  $W_{w,M}(s) = \frac{0,0679(0,035s + 1)}{0,001425s^2 + 0,0407s + 1}$  и

напряжению возбуждения  $W_{w,u}(s) = \frac{0,6891}{0,001425s^2 + 0,0407s + 1}$ , соот-

ветственно; **Gain** – передаточная функция тахогенератора  $W_{тг}(s) = 0,095$ ; **Scope** – двухканальный осциллограф; **Display** – цифровой измеритель; **Constant** – источник нулевого сигнала.

Результаты моделирования схемы 4.24,а представлены на рис. 4.25.

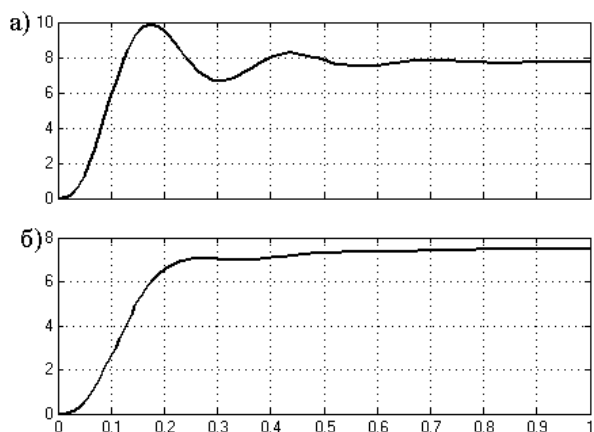


Рис. 4.25 - Результаты моделирования:

- а) – переходная характеристика;
- б) – интегральный квадратичный критерий качества процесса.

Результаты моделирования схемы 4.24,б представлены на самом рисунке.

**NCD Output.** Блок **NCD Output** служит для параметрической оптимизации САУ при наличии ограничений в форме неравенств.

Блок **NCD Output** позволяет в интерактивном режиме учитывать:

- требуемые ограничения на форму оптимальной переходной характеристики по любому каналу оптимизируемой системы;
- перечень варьируемых параметров;
- диапазоны изменения непостоянных параметров.

Блок имеет весьма большое количество параметров настройки. Поэтому рассмотрим их на основе конкретного расчета параметров

системы Г-Д. Переходная характеристика этой САУ приведена на рис. 3.16 и имеет следующие числовые характеристики: перерегулирование  $\sigma = 27,5 \%$ , время регулирования  $t_p = 0,468 \text{ с}$ , установившееся значение  $h(\infty) = 7,73$ . Оставим две последних характеристики без изменения и потребуем отсутствия перерегулирования, т.е.  $\sigma = 0$ .

Для реализации такого требования введем в структуру САУ дополнительный блок – блок **PID**-регулятора. Тогда блок-схема **Simu-link** системы Г-Д принимает вид, представленный на рис. 4.26.

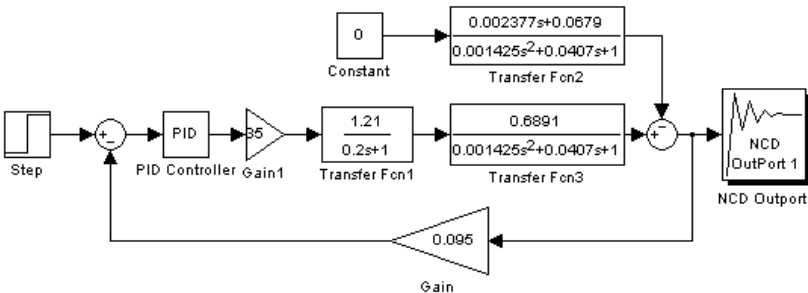


Рис. 4.26 - Блок-схема использования блока **NCD Output**

Для открытия окна параметров настройки блока нужно произвести двойной щелчок левой кнопкой мыши по его пиктограмме. В результате на экран выводится окно с графическим отображением области допустимых значений переходной характеристики, сформированной по умолчанию (см. рис. 4.27).

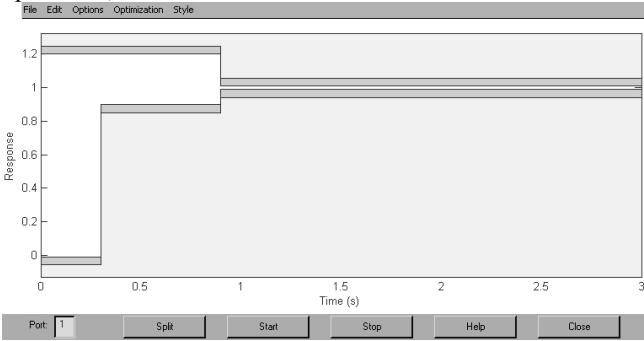


Рис. 4.27 - Окно визуальной настройки области допустимых значений переходной характеристики



Для точной настройки параметров границ этой области необходимо зайти в меню **Options – Step Response** (см. рис. 4. 28).

Settling time	<input type="text" value="0.47"/>	Rise time	<input type="text" value="0.4"/>
Percent settling	<input type="text" value="5"/>	Percent rise	<input type="text" value="70"/>
Percent overshoot	<input type="text" value="0"/>	Percent undershoot	<input type="text" value="0"/>
Step time	<input type="text" value="0"/>	Final time	<input type="text" value="1"/>
Initial output	<input type="text" value="0"/>	Final output	<input type="text" value="7.73"/>
<input type="button" value="Done"/>		<input type="button" value="Revert"/>	
<input type="button" value="Help"/>			

Рис. 4.28 - Окно числовой настройки области допустимых значений переходной характеристики

Здесь: параметр **Setting time** задает значение времени регулирования  $t_p$ ; **Rise time** - времени нарастания  $t_n$ ; **Percent settling** – допустимой относительной погрешности  $e_{\text{доп}}$  определения установившегося значения выходного сигнала  $h(\Gamma)$ , выраженной в % от  $h(\Gamma)$ ; **Percent overshoot** – перерегулирования  $\sigma$ ; **Percent undershoot** – диапазона возможных отрицательных значений  $\bar{D}$ ; **Percent rise** – ординаты окончания времени нарастания  $h(t_n)$ ; **Step time** – времени  $t_0$  нанесения задающего воздействия; **Final time** – времени окончания процесса моделирования  $t_{\text{кон}}$ ; **Initial output** – значения выходного сигнала  $h(t_0)$  в начальный момент времени; **Final output** – установившегося значения выходного сигнала  $h(\Gamma)$ .

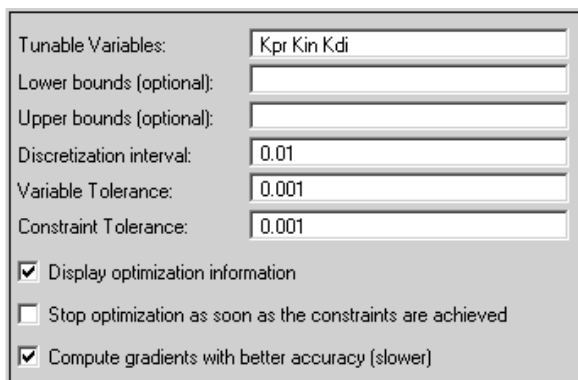
Для условий системы Г-Д устанавливаем:  $t_p = 0,47 \text{ c}$ ;  $t_n = 0,4 \text{ c}$ ;  $e_{\text{доп}} = 5 \%$ ;  $\sigma = 0 \%$ ;  $\bar{D} = 0 \%$ ;  $h(t_n) = 70 \%$ ;  $t_0 = 0 \text{ c}$ ;  $t_{\text{кон}} = 1 \text{ c}$ ;  $h(0) = 0$ ;  $h(\Gamma) = 7,73$ .

В результате, после нажатия кнопки **Done**, окно с графическим отображением области допустимых значений переходной характеристики принимает вид, соответствующий поставленной задаче.

Далее необходимо зайти в меню **Optimization - Parameters**. В появившемся окне параметров (рис. 4.29) нужно заполнить позиции:

**Tunable Variables** – список настраиваемых параметров в своих обозначениях; **Discretization interval** – интервал дискретизации кривой переходного процесса; **Variable Tolerance** – точность определения настраиваемых параметров; **Constraint Tolerance** – точность выполнения ограничений.

Позиции **Lower bounds** – верхняя граница изменения параметра и **Upper bounds** – нижняя граница заполнять не обязательно.



Tunable Variables: Kpr Kin Kdi

Lower bounds (optional):

Upper bounds (optional):

Discretization interval: 0.01

Variable Tolerance: 0.001

Constraint Tolerance: 0.001

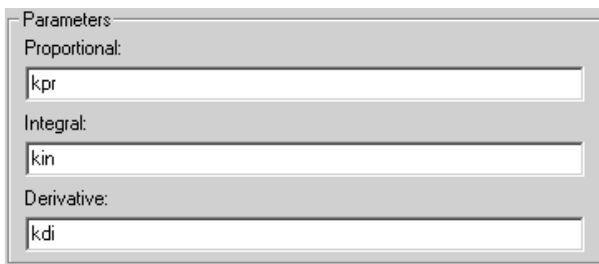
☒ Display optimization information

☐ Stop optimization as soon as the constraints are achieved

☒ Compute gradients with better accuracy (slower)

Рис. 4.28 - Окно числовой настройки области допустимых значений переходной характеристики

После этого необходимо открыть окно настроек **PID**- регулятора и ввести в соответствующие позиции обозначения его параметров (рис. 4.29).



Parameters

Proportional: kpr

Integral: kin

Derivative: kdi

Рис. 4.29 - Окно задания оптимизируемых параметров

Следующим этапом расчета является задание начальных приближений параметров регулятора. Для этого в командном окне **MATLAB** вводим:

```
>> kpr=1; kin=0; kdi=0;.
```

Далее возвращаемся в окно параметров настройки блока **NCD Output**, заходим в меню **Options** и выбираем опцию **Initial response** для вывода на экран переходной характеристики при исходных значениях параметров настройки. Здесь же опцией **Time range** можно изменить общую длительность процесса моделирования. Затем нажимаем кнопку **Start**.

Через некоторое время на фоне предыдущего графика (пунктирная линия) будет выведен оптимизированная переходная характеристика (сплошная линия) (рис. 4.30).

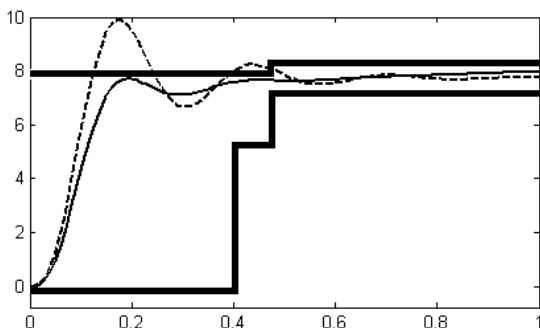


Рис. 4.30 - Результаты оптимизации

Анализ полученной характеристики показывает, что переходная характеристика системы действительно стала монотонной с  $\sigma = 0$ . Для получения окончательных значений параметров настройки регулятора нужно в командной строке **MATLAB** набрать:

```
>> Kpr
Kpr =
    0.756
>> Kin
Kin =
    0.2865
>> Kdi
Kdi =
    0.0151
```

Таким образом, требуемые условия может обеспечить **PID**-регулятор при  $k_{np} = 0,756$ ,  $k_{int} = 0,2865$  и  $k_{diff} = 0,0151$ .

Отметим, что грубую установку границ области допустимых значений переходной характеристики можно осуществить путем использования левой кнопки мыши. Точную установку линий ограничения можно провести также, выбирая требуемые линии с помощью щелчка левой кнопкой мыши (выбранная линия изменяет цвет — становится белой) и используя затем команду меню **Edit - Edit constraint**. В появляющемся окне редактора ограничений (**Constraint Editor**) в строке снизу необходимо задать начальную и конечную точки прямой в формате [x1 y1 x2 y2], нажав затем кнопку **Done** (рис. 4.31).

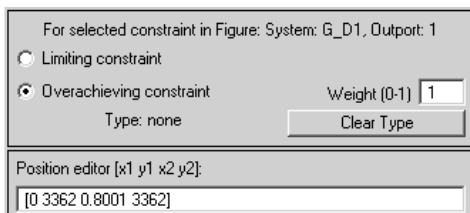


Рис. 4.31 - Окно точного задания координат ограничивающей линии

Точно такие же действия можно обеспечить, не используя пункты меню, а просто щелкнув на соответствующей линии правой кнопкой мыши.

Блок **NCD Outport** позволяет также учесть непостоянство параметров системы в некоторых диапазонах. Для задания подобной неопределенности воспользуемся командой меню **Optimization – Uncertainty** (рис. 4.32).

Uncertain variables:  
 Lower bounds:  
 Upper bounds:  
 Number of Monte Carlo simulations:  
 0

☒ Constrain nominal simulation  
☐ Constrain lower bound simulation  
☐ Constrain upper bound simulation  
☐ Constrain Monte Carlo simulations

Рис. 4.32 - Окно задания диапазонов возможных вариаций параметров CAU

Здесь: **Uncertain variables** – список нестабильных параметров; **Lower bounds** – вектор их наибольших возможных значений; **Upper bounds** – вектор наименьших значений; **Number of Monte Carlo simulations** – число случайных сочетаний значений параметров в процессе оптимизации.

Флажок **Constrain nominal simulation** указывает на отказ от учета неопределенности.

## Список литературы

1. Гулятьев А.К. Имитационное моделирование в среде Windows. — СПб.: КОРОНА принт, 1999. — 288 с.
2. Потемкин В.Г. Система MATLAB: Справ. пособие. — М.: Диалог-МИФИ, 1997. — 350 с.
3. Егоренков Д.Л., Фрадков А.Л., Харламов В.Ю. Основы математического моделирования. Изд. 2, дополненное. — СПб: БГТУ, — 1996. — 191 с.
4. Дьяконов В.П. Справочник по применению системы PC MatLAB. — М.: Наука, — 1993. — 112 с.
5. Гулятьев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB: Уч. курс. СПб.: Питер, 2000.
6. Дьяконов В. П. MATLAB: Учебный курс. СПб.: Питер, 2000.
7. Дьяконов В. П., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB: Спец. справочник. - СПб.: Питер, 2001.
8. Мартынов Н. Н., Иванов А. П. MATLAB 5.x. Вычисления, визуализация, программирование. - М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2000.
9. Потемкин В. Г. Система MATLAB. - М.: Диалог-МИФИ, 1997.
10. Потемкин В. Г. MATLAB 5 для студентов. - М.: Диалог-МИФИ, 1998.
11. Потемкин В. Г. Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.x. В 2-х т. - М.: Диалог-МИФИ, 1999.
12. Using MATLAB. The MathWorks Inc., 2000.
13. Using MATLAB Graphics. The MathWorks Inc., 2000.
14. Using MATLAB. The MathWorks Inc., 2000.
15. Getting Started with MATLAB. The MathWorks Inc., 1998.
16. MATLAB Notebook User's Guide. The MathWorks Inc., 1998.
17. Building GUIs with MATLAB. The MathWorks Inc., 1997.
18. MATLAB Application Program Interface Guide. The MathWorks Inc., 1998.
19. Symbolic Math Toolbox. User's Guide. The MathWorks Inc., 1997.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В  
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ  
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ**

Учебное пособие

Составители: Иван Григорьевич Абраменко,  
Анатолий Иванович Кузнецов.

Редактор Н.З.Алябьев

Корректор: З.И. Зайцева

План 2008, поз. 114Н

---

Подп. к печати 29.01.08	Формат 60x84 $\frac{1}{16}$ .	Бумага офисная.
Печать на ризографе.	Уч.-изд. л. – 8,9	Усл. - печ. л. – 8,4
Тираж 200 экз.	Зак. №	

---

61002, г. Харьков, ХНАГХ, ул. Революции, 12

Сектор оперативной полиграфии ИВЦ ХНАГХ.

---

61002, г. Харьков, ХНАГХ, ул. Революции, 12